





CARTAS

DE

LEONARDO EULER

Á UNA PRINCESA DE ALEMANIA.

Se hallará en el despacho de libros de don José del Collado, calle de la Montera.

CARTAS

DE

LEONARDO EULER

Á UNA PRINCESA DE ALEMANIA

sobre varias materias de física y de filosofía

TRADUCIDAS

CON NOTAS Y ADICIONES

POR

D. Juan Lopez de Peñalver,

del Consejo de S. M. y Ministro que fue de la extinguida Junta general de Comercio, Moneda y Minas, de la Academia nacional de España, de la Academia de ciencias naturales y artes de Barcelona y de la Academia médica de Madrid; Académico de honor de la de san Fernando de Madrid, y de la de san Luis de Zaragoza; de las Sociedades económicas de Madrid, Valencia, Avila, &c.

TOMO IV.

MADRID,

IMPRENTA DE DON JOSÉ DEL COLLADO.

1822.

CARTAS

Á UNA PRINCESA DE ALEMANIA

SOBRE VARIAS MATERIAS

DE FÍSICA Y DE FILOSOFÍA.

CARTA 187.

Sobre la Dióptrica: instrumentos que nos suministra. De los telescopios y microscopios. Diferentes figuras que se dan á los vidrios ó lentes.

Creo que al presente serán objeto digno de la atencion de V. A. las maravillas de la Dióptrica. Esta nos suministra dos géneros de instrumentos compuestos de vidrios que sirven para aumentar la fuerza de nuestra vista, y descubrir objetos á que no alcanza este sentido.

Dos casos hay en que nuestra vista necesita de este auxilio. El primero es cuando por estar los objetos á mucha distan-

cia de nosotros no podemos verlos: tales son los cuerpos celestes, en que por medio de los instrumentos dióptricos se han hecho importantísimos descubrimientos. V. A. se acuerda que los satélites de Júpiter sirven para el descubrimiento de la longitud: estos no son visibles sino con el auxilio de buenos anteojos, y aun todavía se necesitan mejores para los satélites de Saturno.

Hay tambien sobre la superficie de la tierra objetos muy distantes, que no se pueden ver ni examinar sino con el auxilio de anteojos que nos los representan del mismo modo que si los viésemos de cerca. Estos anteojos ó instrumentos de Dióptrica, para ver los objetos muy distantes se llaman tambien *telescopios* y anteojos de observacion.

El otro caso en que nuestra vista necesita de auxilio, es cuando los objetos, aun que cercanos, son tán pequeños que nó podemos distinguir sus partes. Si se quiere por ejemplo descubrir todas las partes de la pierna de una mosca ó de otro insecto mas pequeño; si se trata de examinar las partículas de nuestro propio cuerpo, como las mas pequeñas fibras de nuestros músculos, de nuestros nervios, no se puede conseguir sin el auxilio de ciertos instrumentos llamados *microscopios*, que nos representan los objetos pequeños, de

la misma manera que si fuesen cien ó mil veces mayores.

Aquí tenemos pues dos suertes de instrumentos, los telescopios y los microscopios, con los cuales la Dioptrica ayuda á lo débil de nuestra vista. Pocos siglos ha que se inventáron estos instrumentos; y solò desde esta época se han hecho los mas importantes descubrimientos en la astronomía, con el auxilio de los telescopios y anteojos, y en la fisica con los microscopios.

Todos estos efectos maravillosos dependen únicamente de la figura que se dá á unos pedazos de vidrio, y de la combinacion de dos o mas de estos vidrios que se llaman *lentes*. La Dióptrica es la ciencia que contiene los principios de ello; y V. A. se acordará de que trata principalmente del camino que siguen los rayos de luz, quando atraviesan intermedios transparentes de diferente calidad; como por ejemplo quando pasan del aire al vidrio ó al agua y recíprocamente del vidrio ó del agua al aire.

Mientras los rayos se propagan en un mismo medio, como en el aire, contínúan su camino en líneas rectas tiradas desde el punto de donde salen dichos rayos; y luego que encuentran en cualquier parte un ojo, entran y pintan la imagen del objeto de que saliéron. En este caso la vision se llama simple ó na-

tural, y nos representa los objetos tales cuales son en realidad. La ciencia, que nos explica los principios de esta vision, se llama *óptica*.

Pero si los rayos, antes de entrar en el ojo, vienen reflejados por una superficie bien tersa como la de un espejo, ya no es natural la vision; pues entonces vemos los objetos de otro modo y en otro lugar que no es lo que realmente son. La ciencia que explica los fenómenos de la vision por rayos reflejos se llama *Catóptrica*. Esta nos suministra tambien instrumentos para alargar el alcance de nuestra vista; y V. A. conoce estos instrumentos, que por medio de uno ó dos espejos, nos sirven lo mismo que los anteojos compuestos de vidrios. Llámanles telescopios; pero seria mejor para distinguirlos de los anteojos que solo estan compuestos de vidrios llamarlos telescopios catóptricos ó de reflexion. Esto á lo menos seria hablar con mas propiedad, porque el nombre de telescopios estuvo en uso antes del descubrimiento de estos instrumentos con espejos, y significaba entonces lo mismo que anteojo.

Yo me propongo hablar ahora á V. A. únicamente de los instrumentos dióptricos, de los cuales tenemos dos especies, los telescopios ó anteojos y los microscopios. En unos y otros se emplean vidrios de di-

ferentes configuraciones, cuyas especies explicaré, empezando por decir que hay tres principales segun la figura que se dá á la superficie del vidrio.

La primera es la *plana*, ó cuando la superficie del vidrio es plana, como la de un espejo comun. Si se toma por ejemplo un pedazo de un espejo, y se le quita el azogue pegado á la superficie posterior, se tendrá un vidrio, cuyas dos superficies son *planas*, y tendrá por todas partes el mismo grueso.

La segunda es la *convexa*, en cuyo caso el vidrio es mas grueso en el medio que en los bordes.

La tercera es la *cóncava*, en que el vidrio es menos grueso en el medio que en los bordes.

De estas tres diferentes figuras que se pueden dar á la superficie de un vidrio nacen las seis especies de vidrios que se ven en la figura 1 estampa 1.

I. El vidrio *plano-plano*, en que ambas superficies son planas.

II. El vidrio *plano-convexo*, que tiene una superficie plana y la otra convexa.

III. El vidrio *plano cóncavo*, que tiene una superficie plana y la otra cóncava.

IV. El vidrio *convexo-convexo*, cuyas dos superficies son convexas.

V. El vidrio *convexo- cóncavo*, ó me-

nisco que tiene una superficie convexa y la otra concava.

VI. El vidrio *cóncavo-cóncavo*, cuyas dos superficies son cóncavas.

Debe notarse que en la figura se representa el corte de estos vidrios ó lentes. — A 8 de Diciembre de 1761.

CARTA 188.

Diferencia de los lentes por razon de la curvatura de sus caras. Tres clases de ellos.

En vista de lo que acabo de decir acerca de las caras convexas y cóncavas de las lentes, comprenderá V. A. al punto que podrán ser de una infinidad de maneras, pues la convexidad ó la concavidad puede ser mayor ó menor. De las superficies planas no hay mas que una especie; porque una superficie no puede ser plana sino de un modo solo; pero una superficie convexa puede mirarse como parte de una esfera, y segun sea el radio de esta, así será mayor ó menor la convexidad; y como aquí representamos los vidrios sobre el papel por medio de arcos de círculo, segun fueren diferentes los radios de ellos, así resultarán infinitos vi-

drios diferentes tanto respecto de la convexidad como de la concavidad de sus superficies.

Por lo que hace al modo de formar y bruñir los vidrios, se cuida de darles exactamente la figura circular ó esférica; para lo cual sirven unos platillos de metal hechos al torno, con superficie esférica por ambos lados.

Sea A E B D F C (estampa 1, figura 2) el corte de uno de estos platillos que tendrá dos caras A E B y C F D, cada una de las cuales puede ser de radio diferente. Si se frota un pedazo de vidrio contra la parte cóncava A E B de este platillo, saldrá convexo; y saldrá cóncavo si se le frota sobre la parte convexa C F D. Para frotar el vidrio contra el platillo, se echa primero arena, hasta que haya tomado la figura, y despues para bruñirlo se usa de cierta tierra fina.

Para conocer la verdadera figura de las caras de una lente no hay mas que medir el radio de la cara del platillo en que dicha lente se ha formado; porque la medida de la convexidad o concavidad de las superficies es el radio del círculo ó de la esfera que les corresponde, ó de que son parte.

Así pues cuando digo que el radio de la cara convexa A E B (estampa 1, fi-

gura 3) es de tres pulgadas, se ha de entender que A E B es un arco de círculo descrito con un radio de 3 pulgadas. La otra cara A B es plana.

Para dar mejor á conocer la diferencia entre las convexidades, por ser sus radios mayores ó menores, pongo aqui varias figuras de diferente convexidad (*a*). En ellas se ve que cuanto menor es el radio, tanto mas curva es la superficie o mas diferente de la plana. Al contrario, cuanto mayor es el radio tanto mas se acerca la superficie á ser plana, ó el arco de círculo á una línea recta. Si el radio fuese sumamente grande, no se advertiria casi ninguna curvatura. Apenas se advierte esta en un arco, cuyo radio es de 6 pulgadas o medio pie; y si el radio fuese diez ó cien veces mayor, no seria la curvatura sensible á la vista.

Sin embargo esto no es exacto, pues verémos que aun cuando el radio fuese de ciento ó de mil pies, y que no pudiésemos notar la curvatura, no por eso dejaria de ser muy sensible su efecto en la dioptrica. Efectivamente seria menester que el radio fuese infinitamente grande, para que la cara se confundiese con la superficie plana; y de aqui se infiere que una superficie plana puede considerarse como una superficie

(*a*) Se han omitido estas figuras por no ser necesarias.

convexa ó cóncava cuyo radio es infinitamente grande. En este caso se confunden la convexidad y la concavidad: de manera que la superficie plana es el medio que separa la convexidad de la concavidad. Pero cuanto mas pequeños son los radios, tanto mas sensibles son las convexidades ó concavidades; y por eso se dice tambien recíprocamente que la convexidad ó concavidad es tanto mayor cuanto menor es el radio que la mide.

Por grande que sea la variedad que admiten las lentes ó vidrios, segun que sus dos caras son planas, convexas o cóncavas, de infinitos modos diferentes, sin embargo atendiendo al efecto que resulta en la dióptrica, se pueden dividir en tres clases principales.

La primera comprende los vidrios que son de igual grueso por todas partes, ora sean planas y paralelas sus dos caras, ora sea la una convexa y la otra cóncava, pero concéntricas ó descritas con un mismo centro: estos vidrios tienen la particularidad de que nada alteran la aparicion de los objetos que vemos por medio de ellos; lo mismo que si no hubiese nada entre los ojos y los objetos, por lo que no tienen ningun uso en la dióptrica. No por eso los radios que entran en estos vidrios dejan de padecer refraccion; pero la que padecen á la entrada se corrige á la salida, de manera que siguen la mis-

ma direccion que traian antes de entrar. Los vidrios de las otras dos clases son los que por su efecto forman el objeto principal de la dióptrica.

La segunda clase de vidrios contiene todos los que son mas gruesos por el medio que hácia los bordes. El efecto es el mismo siempre que el exceso del grueso del medio respecto de los bordes, tiene la misma relacion con el tamaño del vidrio. Por lo comun se llaman convexos todos los vidrios de esta clase, por dominar en ellos la convexidad, pudiendo ser plana, y aun cóncava una de sus caras.

La tercera clase contiene los vidrios que son mas gruesos por los bordes que por el medio; todos los cuales producen el mismo efecto, dependiente del exceso del grueso de los bordes respecto del medio. Como la concavidad es la que prevalece en esta clase de vidrios se llaman generalmente *cóncavos*.

De estas dos últimas clases de vidrios me propongo hablar á V. A. en mis cartas siguientes, exponiendo sus efectos en la Dióptrica. = A 12 de Diciembre de 1761.

CARTA 189.

Efectos de los vidrios convexos.

Para explicar el efecto que producen los vidrios convexos y cóncavos en la aparicion de los objetos, se han de distingir dos casos: el uno cuando el objeto está muy distante del vidrio; y el otro cuando esta mas cercano.

Pero antes de emprender este asunto, es preciso decir algo de lo que se entiende por *eje del vidrio*. Como las dos superficies estan representadas por arcos de circulo, no hay mas que tirar una linea recta por los centros de los dos circulos, y esta linea se llama el eje del vidrio. Siendo C estampa 1, fig. 4) el centro del arco A E B; y D el del arco A F B, la linea recta C D es el eje del vidrio A B, y es facil de ver que pasa por el medio.

Lo mismo seria si las caras fuesen cóncavas. Si la una es plana, el eje ha de ser perpendicular a ella, y ha de pasar por el centro de la otra.

Generalmente se llama eje la línea que atraviesa perpendicularmente las dos caras

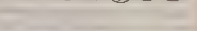
del vidrio, y de consiguiente pasa por el punto de la mayor convexidad ó concavidad del vidrio, y esto se verifica en las reglas que se acaban de dar. Asi pues un rayo de luz que viene en la direccion del eje, no padece en el vidrio ninguna refraccion, pues los rayos que pasan de un medio á otro, no se rompen ó refrangen sino cuando no entran perpendiculares.

Tambien se prueba que todos los rayos que pasan por el medio O del vidrio no padecen refraccion, ó por mejor decir, salen paralelos á la direccion con que entraron. Para entender esto se debe considerar que las dos caras del vidrio son paralelas entre sí en los puntos E y F; porque el ángulo M E B que forma el radio M E con el arco de circulo E B ó con su tangente en E, es igual al ángulo P F A, que el mismo radio prolongado F E forma con el arco de círculo A F ó su tangente en F. Bien se acuerda V. A. que estos dos ángulos se llaman alternos; y que está demostrado que cuando los ángulos alternos son iguales, las líneas rectas son paralelas entre sí: por consigiente las dos tangentes en E y en F serán paralelas, y seria lo mismo que si el radio M E F P pasase por un vidrio cuyas dos caras fuesen paralelas entre sí, en cuyo caso el rayo no muda de direccion.

Ahora pues consideremos un vidrio convexo (estampa 1, fig. 5) cuyo eje sea la línea recta O E F P, y supongamos que esta

línea y á suma distancia del vidrio haya un objeto ó punto luminoso O que envia rayos hácia todas partes: algunos de ellos pasarán por nuestro vidrio A B, como son O M, O E y O N, y el del medio O E no padecerá ninguna refraccion, continuando su camino al traves del vidrio en la direccion F J P. Los otros dos radios O M y O N se romperán al pasar por los bordes del vidrio tanto á la entrada como á la salida, de manera que concurrirán en algun punto J con el eje; y continuarán despues en las direcciones respectivas J Q y J R. Tambien se prueba que todos los rayos que caen entre M y N se rompen ó mudan de direccion de suerte que se reunen con el eje en el mismo punto J. Luego los rayos que sin la interposicion del vidrio habrian seguido la direccion rectilinea O M y O N, seguirán otras despues de la refraccion, como si saliesen del punto J; y si hubiese un ojo en alguna parte P, se recibiria la impresion como si el punto luminoso estuviese en J, aunque en la realidad no lo está. Supongamos por un momento que haya en J un objeto real que difundiendo sus rayos seria visto por un ojo colocado en P; del mismo modo que ve el objeto O por los rayos refractos porque hay en J una imagen del objeto O; y el vidrio A B representa allí el objeto O, o digámoslo así lo traslada á J. Asi pues el punto O no es ya el objeto de la vista, sino mas bien su imagen pintada en J.

Este vidrio produce pues una mudanza bien considerable: un objeto O muy distante, es trasladado de repente a J, de donde el ojo debe sin duda recibir una impresion distinta de la que tendria si quitando el vidrio viese inmediatamente el objeto O. Sea O una estrella; el vidrio nos representará en J la imagen de ella; pero una imagen que no se puede tocar, ni tiene ninguna realidad, pues nada hay en J sino la reunion de los rayos salidos del punto O. Tampoco se ha de pensar que la estrella nos ha de parecer lo mismo que si realmente existiese en J: ¿Como podria existir en J un cuerpo muchos millares de veces mayor que la tierra? No hay pues en J mas que una imagen, como la de una estrella representada en el fondo del ojo, o la que vemos en un espejo cuyo efecto no nos sorprende.—A 15 de Diciembre de 1761.



CARTA 190.

Sobre el mismo asunto: distancia focal de los vidrios convexos,

Vamos á ver el efecto que producen los vidrios convexos, ó que son mas gruesos por

el medio que hácia los bordes. Todo consiste en determinar la mudanza que padecen los rayos en su direccion, cuando pasan por dicho vidrio. Para tratar esto con claridad se deben distinguir dos casos, el primero cuando el objeto está muy distante del vidrio, y el segundo cuando está bastante cerca. Consideremos ahora el primer caso en que el objeto está sumamente apartado del vidrio.

En el vidrio convexo M N (estampa 1 fig. 6) la linea recta O A B J S es su eje, que pasa perpendicularmente por su medio, y de paso diremos que esta propiedad del eje de cada vidrio, de pasar perpendicularmente por su medio, nos dá la idea mas clara que se puede formar. Concibamos ahora que en este eje se halle en alguna parte como O, un objeto O P, que represento como una linea recta, tenga la figura que tuviere; y como cada punto de este objeto envia rayos hácia todas partes, aqui solo se trata de los que dan en el vidrio.

Limitaremos nuestras reflexiones á los que proceden del punto O, situado en el eje mismo del vidrio. *La figura* nos representa tres de estos rayos O A, O M y O N: el primero de ellos O A pasa por el medio del vidrio, y de consiguiente no padece refraccion, sino que continúa su direccion B J S atravesando el vidrio, y sigue en el eje mismo del vidrio; pero los otros dos rayos O M y O N padecen refraccion tanto al entrar como

al salir del vidrio y se desvian de su primera direccion, de suerte que se reunen en J con el eje, desde donde continúan su nueva direccion en las líneas rectas M J Q y N J R, y despues de esto, si encuentran un ojo producirán en él el mismo efecto que si el punto O estuviese en J. Por eso se dice, que el vidrio convexo traslada el objeto de O a J; pero para distinguir este punto J del verdadero O, se llama aquel la imagen de este á que respecto del otro se llama el objeto.

Este punto J es muy notable, y cuando el objeto O esta muy distante, la imagen se llama tambien el *foco* del vidrio. Daré la razon de esta denominacion. Si en lugar del objeto O está el sol, los rayos que caen sobre el vidrio se reunen todos en J; y como tienen la propiedad de calentar, es natural que la reunion de tantos rayos en J produzca un rayo de calor capaz de quemar los cuerpos combustibles que se pongan allí. El lugar donde se reune tanto calor se llama *foco*; y es evidente la razon de esta denominacion respecto de los vidrios convexos. Por el mismo motivo, un vidrio convexo se llama *vidrio Ustorio*, y V. A. conoce muy bien sus efectos. Solamente observaré que esta propiedad de reunir los rayos del sol en cierto punto que se llama foco, conviene á todos los vidrios convexos; los cuales reunen tambien los rayos de la luna, de las estrellas y de todos los cuerpos muy distantes; y aun que la fuerza

de ellos sea muy pequeña para producir algun calor, se usa sin embargo del mismo nombre de foco. Asi pues el foco de un vidrio es el lugar en que está representada la imágen de los objetos muy distantes; á lo cual se ha de añadir la condicion de que el objeto esté situado en el eje mismo del vidrio, porque si estuviese fuera del eje, su imágen estaria representada tambien fuera del eje, sobre lo que hablaré mas adelante.

Conviene ahora añadir las advertencias siguientes que son relativas al foco.

I. Como el punto O ó el objeto está infinitamente apartado, los rayos O M, O A y O N pueden ser considerados como paralelos entre si, y de consiguiente paralelos al eje del vidrio.

II. El foco J es pues el punto al otro lado del vidrio en que los rayos paralelos al eje, que caen sobre el vidrio, se reunen por medio de la refraccion.

III. El foco de un vidrio y el lugar en que está representada la imágen de un objeto infinitamente distante, y situado en el eje del vidrio, son una misma cosa.

IV. La distancia B J desde el punto J al vidrio, se llama la distancia del foco del vidrio. Algunos autores la llaman *distancia focal.*

V. Cada vidrio convexo tiene su distancia focal particular, unos mayor, otros menor; la que es facil de hallar poniendo el vi-

drio al sol y viendo á donde se reunen los rayos.

VI. Los vidrios formados por arcos de círculos pequeños, tienen el foco muy cerca de ellos; y al contrario, cuando las caras son arcos de círculos grandes, el foco está muy lejos.

VII. Es muy importante conocer la distancia focal de cada vidrio convexo que se emplea en la dióptrica; y basta saber esto para juzgar de todos los efectos que resultarán, asi en los anteojos ó telescopios, como en los microscopios.

VIII. Si se usa de vidrios igualmente convexos por ambos lados, de suerte que cada cara corresponda á un mismo círculo, entonces el radio de este círculo es con corta diferencia la distancia focal del vidrio. Para hacer pues un vidrio que queme á la distancia de un pie, no hay que hacer mas que formar las dos caras de un círculo que tenga un pie de radio.

IX. Cuando el vidrio es plano convexo su distancia focal es casi igual al diámetro del círculo de la cara convexa.

La inteligencia de estos términos es necesaria para entender bien lo que nos resta que decir. = A 19 de Diciembre de 1761.

CARTA 191.

Distancia de la imágen de los objetos.

Habiendo ya visto que un objeto sumamente distante es representado por un vidrio convexo en el foco mismo, con tal que dicho objeto se halle en el eje mismo del vidrio, paso á los objetos mas cercanos, pero situados en el eje del vidrio; y observo desde luego que cuanto mas se acerca el objeto al vidrio tanto mas se aleja la imágen.

Supongamos que F (estampa 1 fig. 7) sea el foco del vidrio M M, de suerte que en F se represente la imagen de un objeto infinitamente distante del otro lado del vidrio. Acercando el objeto al vidrio, y colocándole sucesivamente en P, Q, R, la imagen correspondiente estará en los puntos *p*, *q*, *r*, mas distantes del vidrio que el foco, esto es, si A P es la distancia del objeto, B *p* será la distancia de la imagen: si A Q es la distancia del objeto, será B *q* la de la imagen; y la distancia B *r* de la imagen, corresponderá á la distanccia A B del objeto.

Hay una regla para calcular fácilmente la distancia de la imagen detras del vidrio que corresponde á cada distancia del objeto puesto al otro lado; pero no cansaré á V. A. con la exposicion de ella; y bastará tener presente que cuanto mas se disminuye la distancia entre el objeto y el vidrio, tanto mas crece la distancia de la imágen del otro lado del vidrio. Ademas añadiré el ejemplo de un vidrio convexo, cuya distancia focal sea de seis pulgadas, ó de un vidrio tal que si la distancia del objeto es infinitamente grande, la distancia de la imágen al otro lado del vidrio sea de seis pulgadas. Ahora pues si se acerca al vidrio el objeto, la imágen se apartará segun se expresa en la siguiente tabla.

Distancia del objeto.	*Distancia de la imágen.*
Infinita.	Seis pulgadas.
42.	7.
24.	8.
18.	9.
15.	10.
12.	12.
10.	15.
9.	18.
8.	24.
7.	42.
6.	Infinita.

Aqui se ve que cuando el objeto dista 42 pulgadas del vidrio, caerá la imágen á 7 pulgadas de distancia, ó á una pulgada mas allá del foco: si el objeto se halla á 24 pulgadas de distancia, la imágen estará á la distancia de 8 pulgadas ó dos pulgadas mas alla del foco; y asi de los demas.

Aunque estos números solo convienen á un vidrio, cuya distancia focal sea de 6 pulgadas, se pueden sacar algunas consecuencias generales.

I. Si la distancia del objeto es infinitamen te grande, la imágen cae en el foco mismo.

II. Si la distancia del objeto es dos veces mayor que la distancia focal, será tambien la distancia de la imágen dos veces mayor que la distancia focal, esto es, el objeto y la imágen estarán igualmente distantes del vidrio. En e. ejemplo citado, la distancia del objeto es de 12 pulgadas; y la de la imágen lo mismo.

III. Cuando se acerca el objeto al vidrio, de manera que la distancia sea cabalmente igual á la distancia focal (como de 6 pulgadas en nuestro ejemplo) se aleja la imágen al infinito del otro lado del vidrio.

IV. Tambien se ve en general que las distancias del objeto y de la imágen se corresponden reciprocamente, ó que si se pone el objeto en el lugar de la imágen, esta caerá en el lugar del objeto.

V. Si pues el vidrio A B (estampa

fig. 4) reune en J los rayos que salen del punto O, tambien reunirá en O los rayos que salgan del punto J.

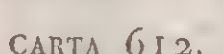
VI. Esto es una consecuencia de un gran principio de la dioptrica, que manifiesta que sean las que fuesen las refracciones que han padecido los rayos al pasar por diferentes medios refrangentes, podrán siempre volver á la misma direccion.

Esta verdad es muy importante en el conocimiento de los vidrios. Asi pues cuando sé que un vidrio ha representado a la distancia de 8 pulgadas la imagen de un objeto, distante 24 pulgadas, puedo inferir que si el objeto distase 8 pulgadas del mismo vidrio la imagen estaria á 24 pulgadas de distancia.

Tambien es esencial el tener presente que cuando la distancia del objeto es igual á la del foco, la imagen se apartará al infinito, lo que concuerda perfectamente con la relacion que se halla entre el objeto y la imagen.

V. A. querrá saber en qué lugar se pintará la imagen, cuando el objeto se acerca mas al vidrio, y su distancia es menor que la distancia focal. Parece que se debia responder que la distancia de la imagen sera entonces mas que infinita, pues cuanto mas se acerca el objeto al vidrio, tanto mas se aparta la imagen. Pero si la imagen esta ya a una distancia infinita, ¿cómo es posible que esta distancia sea mayor? Esta cuestion pudiera sin duda detener á los filosofos, pero es

facil responder á ella por las matemáticas. La imagen pasará de una distancia infinita al otro lado del vidrio, y por consiguiente se hallará en el mismo lado que el objeto. Por mas singular que parezca esta respuesta, se halla confirmada con el raciocinio y con la experiencia, sin que se pueda dudar de su exactitud: crecer mas allá del infinito es lo mismo que pasar al otro lado, lo que sin duda es una verdadera paradoja. = A 22 de Diciembre de 1761.



CARTA 612.

Magnitud de las imágenes.

Queda pues sentado que cada vidrio convexo representa en alguna parte la imágen de los objetos que estan al otro lado, y que en cada caso el lugar de la imágen varía, asi por causa de la distancia del objeto, como por la distancia focal del vidrio. Nos falta examinar un punto muy importante acerca de la magnitud de la imágen.

Cuando uno de estos vidrios nos representa la imágen del sol, de la luna

ó de una estrella á la distancia de un pie, ve bien V. A. que dichas imágenes han de ser muchisimo mas pequeñas que los objetos mismos. Siendo una estrella muchas veces mayor que toda la tierra no es posible que tan grande imágen se nos representase a la distancia de un pie. La estrella nos parece un punto, y la imágen representada por el vidrio lo mismo; y de consiguiente infinitamente mas pequeña que el objeto mismo.

Hay pues dos cosas que considerar: la una es el lugar en que está representada la imágen, la otra es la verdadera magnitud de la imágen que puede ser muy diferente de la del objeto. La primera queda ya suficientemente explicada; ahora voy á presentar á V. A. una regla muy sencilla para juzgar fácilmente en cada caso cuál debe ser la magnitud de la imágen representada por el vidrio.

Sea O P (estampa 1 figura 6) un objeto cualquiera, situado en el eje del vidrio convexo MN. Es menester primero buscar el lugar de la imagen, de suerte que el punto J representa el extremo O del objeto, adonde se reunen los radios que vienen del punto O despues de la refraccion. Veamos despues el lugar en que estará representada la imagen del otro punto P del objeto. Para esto consideremos los rayos PM, PA, PN

que salen del punto P y dan sobre el vidrio. Observo que el radio PA que pasa por el medio del vidrio no muda de direccion, sino que continúa su camino AKS. En esta línea habrá pues un punto K en que se reunan los otros rayos PM y PN; esto es, el punto K será la imágen del otro extremo P del objeto. Es facil inferir que JK será la imagen del objeto OP representada por el vidrio.

Para determinar pues el tamaño de la imágen, hallado el punto J, se tira del extremo P del objeto por medio del vidrio A la línea recta PA KS, y en J se levanta la linea JK perpendicular al eje, la cual será la imágen que se busca. Se ve claramente que la imagen está inversa, de manera que si la linea OR fuese horizontal, y el objeto OP un hombre, tendria la imágen la cabeza K abajo y los pies arriba en J.

A esto añadiremos las reflexiones siguientes:

I. Cuanto mas cerca del vidrio está la imagen (estampa 1 figura 8) tanto mas pequeña es; y al contrario, cuanto mas léjos tanto mayor. Siendo OP el objeto colocado en el eje del vidrio MN, si la imágen cae en Q sera mas pequeña que si cae en R, S ó T; porque como la línea recta P A *t*, tirada

desde el extremo P del objeto por el medio del vidrio termina la imágen á cualquier distancia que se halle, es evidente que de las líneas Qq, Rr, Ss, Tt, la primera Qq es la mas pequeña, y las demas crecen segun que estan mas distantes del vidrio.

II. Hay un caso en que la imágen es justamente igual al objeto, lo que se verifica cuando la distancia de la imágen es igual á la del objeto, ó cuando, segun queda dicho, la distancia del objeto AO es doble de la distancia focal del vidrio. La imágen será entonces Tt, de suerte que la distancia Bt es igual á AO. Considere V. A. los dos triangulos OAP y TAt, que tienen los ángulos ó puntos en el vertice A, y los lados AO y At respectivamente iguales, y ademas son iguales los ángulos rectos en O, y en T: los dos triángulos son pues totalmente iguales; y de consiguiente el lado Tt que es la imágen, será igual al lado OP que es el objeto.

III. Si la imágen estuviese dos veces mas distante del vidrio que del objeto, seria doble del objeto, y en general será tantas veces mayor, cuantas veces mas distante del vidrio esté que el objeto, tanto mas se aparta la imágen: luego tanto mayor será.

IV. Lo contrario sucede cuando la

imágen está mas cerca del vidrio que el objeto; entonces es tantas veces mas pequeña que el objeto, cuantas veces está mas cerca el vidrio del objeto. Si pues la distancia de la imágen fuese mil veces mas pequeña que la del objeto, seria tambien su tamaño mil veces menor.

V. Apliquemos esto á los vidrios ustorios, que puestos al sol, representan su imágen en el foco, ó mas bien, el foco es aquel círculo luminoso y que quema, el cual es la imágen del sol, representada por el vidrio. Ahora no extrañara V. A. que aunque el sol es de un tamaño tan enorme, su imagen sea tan pequeña; pues debe ser tantas veces mas pequeña que el sol, cuantas la distancia del sol es mayor que la distancia de la imágen al vidrio.

VI. Es pues claro, que cuanto mayor es la distancia focal de un vidrio ustorio, tanto mas brillante es el círculo en el foco, esto es, tanto mayor es la imagen del sol; y el diámetro del foco es siempre unas cien veces mas pequeño que la distancia focal del vidrio.

En otra ocasion diré á V. A. los diferentes usos que se hacen de los vidrios convexos, pues lo creo muy digno de toda su atencion. = A 26 de Diciembre de 1761.

CARTA 193.

Vidrios ustorios.

El primer uso de los vidrios convexos es para los vidrios ustorios, cuyos efectos deben admirar aun á los que ya tienen algun conocimiento de la física. En efecto, ¿quién creyera que la simple imágen del sol seria capaz de excitar tán prodigioso grado de calor? Pero V. A. no lo extrañará si pone atencion en las reflexiones siguientes:

I. Sea MN (estampa 1 figura 9) un vidrio ustorio, que recibe en su superficie los rayos del sol R, R, R, que en virtud de la refraccion presentan en F un circulillo luminoso, que es la imágen del sol, tanto mas pequeño cuanto mas cerca está del vidrio.

II. Todos los rayos del sol que caen sobre la superficie del vidrio, estan reunidos en el corto espacio del foco F, por lo cual debe ser su efecto tantas veces mayor, cuantas la superficie del vidrio excede al tamaño del foco ó á la imágen del sol. Dícese entonces que los rayos dis-

persos por toda la superficie del vidrio se hacen convergentes, y estan concentrados en el corto espacio F.

III. Como los rayos del sol tienen cierto grado de calor, ejercen su fuerza con mayor vigor en el foco. Se puede tambien saber cuántas veces mayor será este grado de calor, respecto del calor natural de los rayos del sol, lo que se consigue viendo cuántas veces la superficie del vidrio es mayor que el foco.

IV. Si el vidrio no fuese pues mayor que el foco, no se aumentaria el calor. De esto se infiere que para que un vidrio ustorio produzca grande efecto, no basta que sea convexo ó que represente la imágen del sol, sino que ademas ha de ser su superficie mucho mayor que el tamaño del foco, el cual es tanto mas pequeño cuanto mas cerca está del vidrio.

V. La Francia posee el mas excelente vidrio ustorio: su ancho es de tres pies, y su superficie es de unas dos mil veces mayor que el foco, ó que la imágen del sol. Producirá pues un calor dos mil veces mayor que el que sentimos al sol. Asi es que sus efectos son prodigiosos: en el primer instante las maderas se inflaman, los metales se funden en pocos minutos; y en general el fuego mas activo que se puede producir no es comparable con la vehemencia del foco de este vidrio.

VI. El calor del agua hirviendo es unas tres veces mayor que el que nos dan los rayos del sol en el estío; ó lo que es casi lo mismo, el calor del agua hirviendo es tres veces mayor que el calor natural de la sangre en el cuerpo humano. Para fundir el plomo es menester un calor tres veces mayor que para hervir el agua; y para fundir el cobre se necesita un calor tres veces mayor todavía. El calor cien veces mayor que el de nuestra sangre es capaz de fundir el oro. Asi pues un calor dos mil veces mayor es sumamente mas poderoso que el que podemos emplear por el fuego segun nuestros medios comunes.

VII. Pero ¿como los rayos del sol reunidos en el foco de un vidrio ustorio producen tan prodigiosos efectos? Esta es una cuestion muy dificil, y sobre ella estan divididos los filósofos. Los que defienden que los rayos son emanacion del sol, arrojada con la gran velocidad que en otra parte se ha dicho, dicen que la materia de los rayos choca en los cuerpos con violencia, y de consiguiente debe desmenuzar y destruir enteramente sus menores partículas. Pero esta opinion no puede ser admitida en buena fisica.

VIII. El otro sistema de que la naturaleza de la luz consiste en la tremulacion del éter, no parece muy propio para explicar los efectos prodigiosos de los vi-

drios ustorios. Sin embargo, pesando bien todas las circunstancias, se ve la posibilidad. Los rayos naturales del sol, al caer sobre un cuerpo, excitan en las menores partículas de su superficie cierto temblor ó movimiento de vibracion, que es capaz por sí de excitar nuevos rayos que nos hagan visible el mismo cuerpo; y un cuerpo no estaá iluminado sino en cuanto estas mismas partículas estan en tan rápido movimiento de vibracion, que sea capaz de producir nuevos rayos en el éter.

IX. Parece pues claro que si los rayos naturales del sol tienen bastante fuerza para conmover las menores partículas de los cuerpos, deben los que estan reunidos en el foco poner las partículas que allí se encuentran en tan violenta agitacion, que se romperá su mutuo enlaze, y destruirá el cuerpo mismo, lo que es el efecto del fuego. Si el cuerpo es combustible, como la madera, la disolucion de sus menores partículas, junta con la mas rápida agitacion, disipa una gran parte por el aire en forma de humo, y quedan las partes mas groseras en forma de cenizas. Los cuerpos fusibles, como los metales, se liquidan por la disolucion de sus partículas; y por aqui se puede entender el cómo obra el fuego sobre los cuerpos: el enlaze entre sus menores par-

tículas se destruye, y despues estas mismas partículas entran en la mayor agitacion. Vemos pues aqui un efecto muy singular de los vidrios ustorios, que procede de la convexidad de los vidrios; pero aun tengo que presentar á V. A. otras maravillas de los mismos — A 28 de Diciembre de 1761.

++++++++++++++++++++++++++++++++++++

CARTA 194.

Cámaras oscuras.

Usanse tambien los vidrios convexos en las cámaras obscuras; y por este medio todos los objetos que estan fuera se presentan dentro de la camara sobre una superficie blanca con sus colores naturales; de suerte que los paises o cualesquiera objetos estan expresados con mayor perfeccion que pudiera hacer un pintor. Estos mismos se sirven de este medio para dibujar con exactitud los paises y otros objetos que se ven de lejos. De estas cámaras obscuras me propongo hablar a V. A.

E F G H (estampa 1 figura 10) representa el corte de una camara obscura bien cerrada por todas partes a excepcion de un agugero redondo hecho en una

puerta - ventana, en el cual se pone un vidrio convexo, cuya distancia focal sea tal que la imágen de los objetos de fuera, como por ejemplo del árbol O P caiga exactamente en la pared opuesta F, en *op*. Tambien se hace uso de una tabla blanca que se coloca en el lugar donde se pintan las imágenes.

Los rayos de luz no pueden pues entrar en esta cámara sino por el agugero MN donde está el vidrio, y sin eso habria perfecta obscuridad.

Consideremos ahora el punto P de algun objeto: sus rayos PM, PA, PN que dan sobre el vidrio MN, serán refractados, y se reunirán de nuevo en el punto *p* sobre la pared o sobre el bastidor blanco puesto en este parage. Este punto *p* no recibirá otros rayos que los que vienen del punto P; y del mismo modo cualquier otro punto del bastidor no recibirá mas rayos que los que vengan del punto del objeto correspondiente. Recíprocamente a cada punto del objeto exterior corresponderá sobre el bastidor un punto que recibirá unicamente sus rayos. Si se quitaba el vidrio del agugero MN, estaria el bastidor iluminado de muy diferente modo; pues entonces cada punto del objeto esparciria sus rayos por todo el bastidor, y cada punto de él estaria iluminado a un tiempo por

todos los objetos exteriores, en lugar que actualmente no lo está mas que por uno.

Veamos mas de cerca en lo que consiste esta diferencia, y para ello supongamos que el punto P del objeto sea verde. El punto *p* del bastidor no recibirá mas que los rayos verdes del objeto P, los cuales reunidos harán cierta impresion que se trata de examinar. A este fin, es menester recordar algunas proposiciones que quedan explicadas en otra parte, y son las siguientes.

I. Los colores se diferencian entre sí del mismo modo que los tonos de la música: cada color procede de determinado número de vibraciones excitadas en el éter en un tiempo dado. El color verde de nuestro punto P, corresponde pues á cierto númemero de vibraciones, y no seria verde si dichas vibraciones fuesen mas ó menos rápidas. Aunque no conozcamos el número de vibraciones que producen este ó aquel color, podemos suponer que el color verde requiere 12000 vibraciones por segundo, pues lo que digamos de este número, se dirá igualmente del verdadero sea el que fuere.

II. Esto supuesto, el punto p del bastidor blanco será chocado por un movimiento de vibracion, tal que se hacen 12000 en un segundo. He advertido que las partículas de una superficie blanca son de tal naturaleza

que se acomodan á todo género de vibraciones mas ó menos rapidas, en lugar que las de una superficie coloreada solo reciben el grado de rapidez conveniente á su color. Siendo pues blanco el bastidor, el punto *p* será excitado al movimiento de vibracion conveniente al color verde; ó sera agitado 12000 veces en cada segundo.

III. Mientras el punto *p*, ó la partícula de la superficie blanca que allí se encuentra, está agitado de esta manera, comunica este movimiento á las partículas del eter circunvecinas; y difundiéndose este movimiento hácia todas partes, forma rayos de la misma naturaleza, esto es, verdes; al modo que en el sonido, el ruido de cierto sonido C por ejemplo, pone en vibracion la cuerda que está al mismo tono, y le hace producir el sonido sin tocarla.

IV. El punto *p* del bastidor blanco producirá pues rayos verdes como si estuviese teñido de este color; y lo mismo que digo del punto se dirá igualmente de todos los demas puntos del bastidor iluminado, todos los cuales producirán rayos cada uno del color del objeto cuya imagen representa. Cada punto del bastidor será pues visible con cierto color, como si efectivamente estuviese teñido de el.

V. Se verán pues sobre el bastidor todos los colores de los objetos exteriores, cuyos rayos entren por el vidrio en la cámara

oscura. Cada punto en particular será del color del objeto que le corresponde; y se verá sobre el bastidor un conjunto de varios colores, dispuestos en el mismo órden que se ven en los objetos mismos; esto es, una pintura perfecta de todos los objetos que se hallan fuera de la cámara oscura, delante del vidrio M N.

VI. Todos los objetos estarán inversos, como es facil entender en vista de lo que va expuesto en las cartas anteriores. El pie del arbol O estará representado en o, y la cima P en p; porque en genaral, cada objeto ha de representarse sobre el bastidor blanco, en un lugar por donde pase la linea recta tirada de dicho objeto por el medio del vidrio A. Por consiguiente lo que esté arriba se representará abajo; y lo que este á la izquierda se verá a la derecha: en una palabra todo estará inverso en la pintura; pero no obstante la representacion será mas exacta y perfecta que la que pudiera hacer el mas diestro pintor.

VII. Debe notarse tambien que esta pintura será mas pequeña que los objetos mismos, tanto mas cuanto el foco del vidrio sea mas corto. Asi los vidrios de un foco corto harán muy pequeños los objetos; y si se quiere que se vean mayores, es menester usar vidrios de un foco mas largo, ó que representen las imágenes á mayor distancia.

VIII. Para ver esta pintura con mas co-

modidad, se pone un espejo que reflejando los rayos les dé la direccion conveniente para que los objetos se pinten sobre un bastidor horizontal; lo que es muy acomodado cuando se quiere copiar lo que se ve alli representado. — A 2 de Enero de 1762.

CARTA 195.

Reflexiones sobre la representacion en la cámara oscura.

Aunque V. A. no tenga duda alguna sobre las representaciones que se hacen en una cámara oscura por medio de un vidrio convexo, espero que las reflexiones siguientes no serán superfluas, y contribuirán á aclarar esta materia.

I. La cámara debe estar perfectamente oscura; porque si estaba iluminada, seria visible el bastidor blanco, y conmovidas ya las partículas de su superficie, no recibirían la impresion de los rayos que se reuniesen para formar las imágenes de los objetos que estan fuera. Sin embargo, con tal que sea poca la claridad que entre en la cámara, siempre se verá algo la representacion de

los objetos, aunque no con tànta distincion como cuando la cámara este enteramente oscura.

II. En segundo lugar se debe distinguir la pintura expresada sobre el bastidor blanco, de la imagen que el vidrio representa por su propia naturaleza, como ya queda dicho. Es verdad que colocando el bastidor en el lugar mismo en que el vidrio forma la imágen de los objetos, esta se confundirá con la pintura que se ve sobre el bastidor; pero no obstante estas dos cosas son de naturaleza enteramente diferente: la imagen no es mas que un espectro, una sombra aérea que no es visible sino en ciertos parages; mientras que la representacion es una verdadera pintura que pueden ver todos los que estan en el aposento, y á la cual solo le falta la duracion.

III. Para mejor aclarar esta diferencia, consideremos la naturaleza de la imagen *o* (estampa 1, fig. 11.) representada por el vidrio convexo M N, estando el objeto en O. Esta imagen no es otra cosa que el lugar en que los rayos OM, OC, ON del objeto, despues de atravesar el vidrio, se reunen por la refraccion, y continúan luego su camino como si saliesen del punto *o*, no obstante que tienen su origen en O y no en *o*.

IV. Esta circunstancia hace que la imagen *o* solo es visible á los ojos que se hallan dentro del ángulo R *o* Q, como en S, don-

de un ojo recibirá efectivamente rayos que vienen del punto *o*, pero un ojo colocado fuera de este ángulo, como en F ó en V, no verá nada, pues ninguno de los rayos reunidos en *o* se dirige hacia allí. Asi pues la imagen en *o* se diferencia esencialmente de un objeto real, y no es visible sino desde ciertos parages.

V. Pero si en *o* se pone un bastidor blanco, y su superficie en dicho punto es excitada á un extremecimiento semejante al que hay en el objeto O; dicho lugar *o* engendra rayos que le hacen visible por todas partes. Aqui se ve la diferencia entre la imagen de un objeto, y su representacion hecha en la cámara oscura. La imagen no es visible sino desde cierto parage, a saber, en aquellos por donde pasan los rayos que vienen en su origen del objeto: en lugar que la pintura ó la representacion formada sobre el bastidor blanco, se ve por sus propios rayos excitados por el temblor de las partículas de su superficie, y de consiguiente se ve desde cualquier parte de la cámara oscura.

VI. Tambien es de advertir que el bastidor blanco debe estar exactamente colocado en el lugar de la imagen formada por el vidrio, á fin de que cada punto del bastidor no reciba mas rayos que los que vienen de un solo punto del objeto; porque si tambien cayesen otros rayos turbarian la imágen de aquellos, y seria confusa la representacion.

VII. Si se quita el vidrio, dejando libre entrada á los rayos en la cámara oscura, el bastidor blanco estará iluminado, sin que se vea ninguna pintura: los rayos de los diferentes objetos caerán sobre cada punto del bastidor, y no expresarán ninguna imágen determinada. Así pues la pintura que se ve dentro de una cámara oscura, sobre una superficie blanca, es efecto del vidrio convexo, puesto en el agugero de que se habló; este vidrio reune de nuevo en un solo punto todos los rayos que vienen de un punto del objeto.

VIII. Sin embargo se observa un fenómeno muy particular cuando el agugero de la cámara oscura es bastante pequeño; y es que aun que no haya entonces vidrio se ven en la pared de enfrente las imágenes de los objetos que estan fuera, y aun con sus colores naturales, pero la representacion es débil y confusa, y desaparece enteramente luego que se ensancha el agugero. Voy á explicar la causa de este fenómeno.

Sea MN (estampa 1 fig. 12) la pequeña abertura por donde entran los rayos á la cámara oscura EFGH. La pared FH enfrente del agugero es blanca, para mejor recibir la impresion de todo género de rayos.

Sea el punto O un objeto, del cual los rayos OM, ON solamente son los que se hallan entre ellos, que en entrar en la cámara: estos rayos caerán sobre el pequeño

espacio oo de la pared, el que será tanto mas pequeño, quanto menor sea el agugero MN. Si p. es este fuese muy pequeño tendríamos el caso anterior en que cada punto del bastidor blanco no recibe mas que los rayos de un solo punto del objeto; y de consiguiente se haria una representacion semejante á la que produce el vidrio convexo, colocado en el agugero mencionado. Pero en este caso, teniendo cierto tamaño el agugero, cada punto O del objeto iluminara un pequeño espacio oo sobre la pared, y lo agitará con sus rayos. Sucederá pues poco mas o menos, lo mismo que si un pintor en lugar de hacer puntos sobre el lienzo, formase con un pincel grueso manchas de cierto tamaño, guardando empero el diseño y el colorido. A esta especie de borron se parecera la representacion hecha sobre la pared; pero no obstante sera tanto mas limpia, quanto mas pequeño sea el agugero por donde entran los rayos. = A 5 de Enero de 1762.

CARTA 196.

Linternas mágicas, y microscopios solares.

La cámara oscura no es en realidad á propósito sino cuando los objetos estan muy distantes; pero V. A. advertirá que tambien tiene uso aun cuando los objetos estan cercanos. En este caso es menester alejar del vidrio el bastidor blanco, segun la regla general de que cuanto mas se acerca el objeto al vidrio convexo tanto mas se aleja la imagen, ó el bastidor blanco en que ha de hallarse. Si el aposento no es bastante ancho, se deberá tomar un vidrio cuya distancia focal sea menor.

Pudiera pues colocarse fuera de la cámara delante del agugero en que está el vidrio convexo un objeto cualquiera ó una pintura, y se vería una copia sobre el bastidor blanco de la cámara oscura, mayor ó menor que el original, segun fuese mayor ó menor la distancia de la imagen. Mas cómodo sería que el objeto estuviese dentro de la misma cámara oscura, con el fin de poderlo manejar, y volverlo ó mudar segun se quisiese, pero aqui se presenta la dificultad de

que el objeto estaría oscuro, y por consiguiente no podria producir el efecto deseado.

Se trata pues de iluminar cuanto se pueda el objeto dentro de la misma cámara oscura, sin que la luz entre en ella. Yo he encontrado el medio de hacer esto; y V. A. se acordará de que yo lo ejecuté en una máquina de esta especie, que tuve la honra de presentarle seis años ha. La construccion y los principios en que se funda es muy facil de comprender.

Esta máquina consiste en un cajon bien cerrado por todas partes, al modo del que se ve (fig. 13 estampa 1). En el lado EG hay una abertura Y K, para poner alli los objetos, retratos o pinturas O P que se quieren representar: en el otro lado enfrente hay un tubo M N Q R que contiene un vidrio convexo M N: el tubo puede entrar y salir para acercar ó alejar el vidrio al objeto según se quiera. Con tal que el objeto OP esté bien iluminado, el vidrio formará la imagen en alguna parte *o p*; y si aqui se coloca un bastidor blanco se verá la copia perfecta del objeto tanto mas clara cuanto mas iluminado esté el objeto.

Para este efecto, yo he puesto en dicho cajon dos alas al lado para colocar en ellas algunas luces; y en cada ala pongo un espejo que refleja la luz sobre los objetos O P: por arriba E F hay una chimenea para que salga el humo. Tal es la construccion de es-

tá máquina dentro de la cual puede el objeto O P recibir una grande iluminacion, sin que se disminuya la oscuridad de la cámara. Para el uso de esta máquina se debe poner atencion en los artículos siguientes:

1.º Si se hace entrar el tubo M N Q R, ó se acerca el vidrio M N al objeto O P, se alejará la imágen o p; y es menester apartar el bastidor blanco para recibir la imágen, la que será entonces mayor; y aun se la puede hacer mayor cuanto se quiera, acercando mas el vidrio al objeto.

2.º Apartando el vidrio del objeto se disminuye la distancia de la imágen, y es menester entonces acercar el bastidor blanco al vidrio para tener una representacion clara y distinta, solo que será muy pequeña.

3.º La imágen estará siempre inversa; pero este incoveniente se remedia facilmente, poniendo inverso el objeto mismo O volviéndolo de arriba á bajo; con lo que la imagen se presentará derecha.

4º. En general cuanto mayor sea la imágen sobre el bastidor blanco, menos luz tendrá o sera mas oscura; y al contrario si la imagen es pequeña será mas clara y brillante. La razon es evidente; porque procediendo esta claridad de la iluminacion del objeto, cuanto mayor sea el espacio en que esta luz esté esparcida, tanto mas se debilitará; y al contrario cuanto menos espacio ocupe, será mas brillante.

V. Por tanto cuanto mayor se quiera la representacion, tanto mas fuerte debe ser la iluminacion del objeto, aumentando las luces que la causa; pero basta una iluminacion regular.

La máquina de que voy hablando se llama *linterna mágica*, para distinguirla de la cámara oscura comun que se emplea para representar los objetos distantes. La forma de ella y sobre todo el ponerle luces, habrá sido el motivo de darle el nombre de *linterna*, pero el epiteto de *mágica*, de que los primeros que la usaron quisieron persuadir á las gentes que habia en esto algo de mágica ó de sortilegio. Debe notarse que las linternas magicas comunes no estan construidas de esta manera, y no sirven para representar otros objetos que las figuras pintadas sobre el vidrio; en lugar que esta otra máquina puede aplicarse á toda suerte de objetos.

Tambien puede servir para representar los mas pequeños objetos, y aumentarlos prodigiosamente de suerte que la mosca mas pequeña parecera tan grande como un elefante. Para esto no basta la luz artificial; es menester disponer la máquina de modo que los objetos esten iluminados por los rayos del sol, reunidos por un vidrio ustorio. La máquina toma entonces otro nombre, y se llama *microscopio solar*, de que hablaré mas individualmente en otra ocasion. = A 8 de Enero de 1762.

CARTA 197.

Uso y efecto de un vidrio convexo simple.

También sirven los vidrios convexos para mirar inmediatamente al través de ellos; pero la explicacion de sus diferentes usos exige que continuemos nuestras indagaciones sobre la naturaleza de ellos.

Hemos visto antes que cuando el objeto está muy distante del vidrio, su imagen se representa en el foco mismo; y que si se acerca el objeto al vidrio, se aleja la imagen, de suerte, que si la distancia del objeto es igual á la del foco del vidrio, la imagen se aleja al infinito, y de consiguiente es infinitamente grande.

Los rayos O m, O n (estampa 1 fig. 14.) que vienen del punto O se refrangen en el vidrio, y se vuelven paralelos entre sí como N F, N F; y como las líneas paralelas se reputan por líneas que no se unen sino a una distancia infinita, y que la imágen esta siempre donde los rayos que salen de un punto del objeto se reunen de nuevo despues de la refraccion, se ve que siendo la distancia O A del objeto igual á la del foco del vidrio se alejará al infinito el lugar de la imágen; y

siendo indiferente el concebir que las líneas paralelas N F y N F concurren hácia la izquierda ó á la derecha, se puede igualmente decir que la imágen se halla tanto á la izquierda como á la derecha á una distancia infinita, siendo uno mismo siempre el efecto.

Esto sentado es facil juzgar en qué lugar se hallara la imágen cuando se acerca mas el objeto al vidrio.

Sea O P (estampa 1 fig. 15.) el objeto, y O A la distancia al vidrio convexo, menor que la distancia focal. Los rayos O m, O m que vienen del punto O, son demasiado divergentes sin que la fuerza refractiva del vidrio pueda hacerlos paralelos entre si: por tanto despues de la refraccion serán tambien divergentes pero mucho menos que antes, como se señala por las líneas N F, N F; y prolongando estas líneas hácia atras concurrirán en un punto *o*. Por consiguiente los rayos N F, N F despues de pasar por el vidrio, siguen la misma direccion que si viniesen del punto *o*, aunque no hayan pasado por este punto, pues toman esta nueva direccion despues que pasan por el vidrio. El ojo que recibe estos rayos refractos NF, N F, sera afectado como si viniesen del punto *o*, y creerá que en este punto existe el objeto de la vision. Sin embargo no habrá imágen como en el caso anterior; y no veríamos pintura ninguna, aunque pusiésemos en O el bastidor blanco. Dicese enton-

ces que en *o* hay una imágen *imaginaria*, ó que no es real.

El ojo colocado en E recibe la misma impresion que si el objeto OP existiese en O. Importa pues conocer, como en el otro caso, el lugar y la magnitud de esta imágen *o p*. En cuanto al lugar, basta observar que si la distancia A O del objeto es igual á la distancia focal del vidrio, la imágen se alejará al infinito; y este caso es comun con el precedente; pero al paso que se acerque el objeto al vidrio ó que la distancia A O sea mas pequeña que la del foco del vidrio, se acercará mas al vidrio la imágen imaginaria, aunque siempre distará del vidrio mas que el objeto mismo.

Para aclarar este punto con un ejemplo, supongamos que la distancia focal del vidrio es de 6 pulgadas; y la tabla siguiente nos dará las distancias de la imagen imaginaria correspondientes á las del objeto.

Distancia del objeto. A O.	*Distancia de la imágen imaginaria.* A *o*.
6.	Infinita.
5.	30.
4.	12.
3.	6.
2.	3.
1.	1. $\frac{1}{5}$.

La regla para hallar la magnitud de esta imágen imaginaria *o p* es facil y general. Por el medio C del vidrio y por el extremo P del objeto se tira la línea recta C P *p* que encontrando la línea *o p* perpendicular en *o* al eje del vidrio determinará la magnitud *op* de la imágen imaginaria. Por donde se ve que esta es siempre mayor que el objeto mismo O P, tantas veces cuantas dista mas del vidrio que el objeto O P. Tambien se ve que esta imágen no está inversa como en el otro caso, sino derecha como el objeto.

Bien se ve el uso que pueden hacer de estos vidrios las personas que no ven con distincion los objetos cercanos, y que ven bien los mas distantes. Mirando los objetos por estos vidrios convexos, los verán como si estuvieran mas distantes. El defecto de no ver bien los objetos cercanos, se halla regularmente en los viejos, quienes de consiguiente usan de anteojos de vidrios convexos; los cuales puestos al sol queman á cierta distancia, que es la distancia focal del vidrio. Unas personas necesitan anteojos cuyo foco sea corto; otras de un foco mas largo, segun el alcance de su vista; pero por ahora basta haber explicado el uso de dichos anteojos en general. = A 12 de Enero de 1762.

CARTA 198.

Uso y efecto de un vidrio cóncavo.

Acaba de ver V. A. el auxilio que dan los vidrios convexos à la vista de las personas de edad, representándoles los objetos mas lejos de lo que efectivamente estan. Hay tambien ojos que para ver distintamente los objetos, necesitan que se les representen mas cerca, para lo cual sirven los vidrios cóncavos. Esto me lleva á la explicacion del efecto de los vidrios cóncavos, directamente contrario al de los convexos.

Cuando el objeto O P (estampa 1 fig. 16) está muy distante, y sus rayos OM, OM dan casi paralelos sobre el vidrio concavo T V, en lugar de hacerlos convergentes la refraccion del vidrio, salen al contrario mas divergentes, en la direccion de las lineas N F, N F, que prolongadas hácia atras concurren en un punto *o*; de suerte que el ojo colocado por ejemplo en E, recibe estos rayos refractos de la misma manera que si saliesen del punto *o*, aunque efectivamente vienen del punto O.

Como el objeto se supone á una distancia infinita, si el vidrio fuese convexo, el punto *o* seria lo que se llama foco; pero como aqui no hay concurrencia real de rayos se llama este punto el *foco imaginario.* Algunos autores le dan el nombre de *punto de dispersion*, porque los rayos refractos parece se dispersan desde dicho punto.

Los vidrios cóncavos no tienen pues un foco verdadero como los convexos, sino solamente un foco imaginario, cuya distancia A *o* al vidrio se llama tambien distancia focal ó del foco, y sirve para determinar el lugar de la imagen, cuando el objeto no esta infinitamente distante. Esta imagen es siempre imaginaria, en lugar que en los vidrios convexos no lo es, sino cuando el objeto está mas cerca del vidrio que el foco. Hay una regla para determinar esta distancia focal; pero sin entrar en el cálculo de ella, bastará entender las proposiciones siguientes:

1.ª Cuando el objeto O P está infinitamente distante se representa la imagen imaginaria *o p* á la distancia focal del vidrio cóncavo, y del mismo lado en que esta el objeto. Pero aunque sea imaginaria dicha imagen, el ojo colocado en E recibe la misma impresion que si fuese real, segun queda dicho hablando de los vidrios convexos, cuando el objeto está mas cerca del vidrio que el foco.

2.ª Cuando se acerca al vidrio el objeto

O P, su imagen *o p* se acercará tambien, y siempre esta se hallará mas cerca del vidrio que el objeto, en lugar que en los vidrios convexos la imágen está siempre mas lejos que el objeto. Para aclarar esto, supongo que la distancia del foco del vidrio convexo es de 6 pulgadas; y entonces la tabla siguiente nos dará los casos que se expresan.

Distancia A O del objeto.	*Distancia A o de la imágen.*
Infinita.	6.
30.	6.
12.	4.
6.	3.
3.	2.
2.	$1.\frac{1}{2}$

3.ª Por la misma regla se determina el tamaño *op* de la imágen imaginaria. Por el medio del vidrio y por el extremo P del objeto, se tira una línea recta, que pasará por el extremo *p* de la imagen; porque representando la línea A P un rayo que viene del extremo del objeto, pasará despues de la refraccion por el extremo de la imágen; y como dicho rayo P A pasa por el medio del vidrio no padecerá refraccion, y por tanto pasará por *p* donde estará el extremo de la imágen.

4.ª Esta imagen no está inversa, sino

derecha ó del modo que esté el objeto; y se puede tener por regla general, que siempre que la imágen cae del mismo lado del vidrio que el objeto, la imágen se representa derecha, sea el vidrio convexo ó cóncavo; pero si cae del otro lado del vidrio entonces estará inversa, lo que solo se verifica en los vidrios convexos.

5.ª Es pues claro que las imágenes representadas por los vidrios convexos son mas pequeñas que los objetos. La razon es evidente, pues las imagenes estan mas cerca del vidrio que los objetos, y basta mirar la *figura* para asegurarse de esta verdad.

Tales son las principales propiedades de los vidrios cóncavos; y tal es el modo como representan los objetos.

Ahora es facil comprender la utilidad de los vidrios concavos para los que son cortos de vista. V. A. conoce sin duda varias personas que no pueden leer ó escribir sin acercarse mucho al libro o al papel. Estas necesitan pues para ver con distincion acercar los objetos á sus ojos, y para esto les servirán los vidrios cóncavos que representan los objetos mas distantes, como si estuviesen cerca; pues las imagenes no distan de estos vidrios mas que lo que distan sus focos, que por lo regular es de pocas pulgadas.

Es verdad que dichas imágenes son mucho menores que los objetos mismos, pero

no influye nada en la vision distinta. Una cosa pequeña puede parecernos estando cerca mayor que un cuerpo grande que está muy distante. En efecto una moneda de un real parece mas grande que una estrella del cielo, aunque esta sea muchas veces mayor que la tierra entera.

Los que tienen la vista corta, llamados *Miopes*, necesitan pues de vidrios que les representen los objetos mas cerca, y tales son los vidrios concavos. Los que tienen la vista demasiado larga, llamados *Présbites*, necesitan vidrios convexos que les representen los objetos á mayor distancia = A 16 de Enero de 1762.

CARTA 199.

De la magnitud aparente, del ángulo visual y de los microscopios en general.

He dicho que los Miopes tienen que usar vidrios cóncavos para ver bien los objetos distantes, y que los Pré bites los usan convexos para ver bien los que estan cerca. Cada vista tiene cierta extension, y cada uno quiere un vidrio que le represente per-

fectamente los objetos. Esta distancia es muy pequeña en los Miopes, y muy grande en los Présbites, pero hay ojos de tan buena conformacion que ven igualmente bien los objetos cercanos, y los que estan á gran distancia.

Sin embargo está distancia no es nunca muy pequeña, y no hay Miope que pueda ver distintamente á menor distancia que una pulgada. V. A. habrá reparado que cuando acerca demasiado un objeto á los ojos, lo ve sumamente confuso; y esto depende de la estructura de estos organos, que en los hombres es tal que no pueden ver muy de cerca. Lo contrario sucede en los insectos, que no ven los objetos distantes y perciben muy bien los que distan poco. Yo no creo que una mosca vea las estrellas, porque ve muy bien á la décima parte de una pulgada, á la que nosotros no vemos absolutamente nada. Esta consideracion me lleva á explicar los microscopios, los cuales nos representan los mas pequeños objetos como si fuesen bastante grandes.

Para dar de ellos idea exacta, es menester distinguir la magnitud aparente de cada objeto, de la verdadera: esta es el objeto de la geometria, y es invariable mientras el cuerpo permanece en su estado; pero la magnitud aparente puede variar al infinito aunque el cuerpo permanezca siempre el mismo. Las estrellas nos parecen sumamen-

te pequeñas no obstante de ser prodigiosa su magnitud verdadera. Si pudiésemos acercarnos á ellas, nos parecerian mayores; y en esto se ve que la magnitud aparente depende del ángulo que forman los rayos que vienen de los extremos del objeto á nuestros ojos.

Sea P O Q (estampa 1 fig. 17) el objeto de nuestra vista, el cual estando el ojo en A parecera bajo el ángulo P A Q, llamado *ángulo visual*, que nos indica la magnitud aparente del objeto. Se ve claramente que cuanto mas se aparta el ojo del objeto, tanto mas pequeño es este ángulo; y que es posible que los mayores cuerpos aparezcan bajo muy pequeño ángulo visual siempre que estén muy distantes, como sucede con las estrellas. Pero si el ojo se acerca al objeto, y lo mira desde B, lo verá bajo el ángulo visual O B Q, mayor que P A Q. Acerquemos el ojo hasta C, y el ángulo visual P C Q, sera todavia mayor. Colocado el ojo en D, el ángulo visual será P D Q; y acercándolo hasta E, el ángulo visual será P E Q, siempre mayor. Luego cuando mas se acerca el ojo al objeto, mas se aumenta el angulo visual, y de consiguiente la magnitud aparente. *Por pequeño pues que sea el objeto, será posible aumentar su magnitud* aparente tanto como se quiera, y para ello no hay mas que acercarse cuanto se necesite para que el ángulo visual sea tan grande

como se quiera. Una mosca muy cerca del ojo, podrá verse bajo un ángulo tan grande como un elefante á la distancia de diez pies. En estas comparaciones es pues menester atender á la distancia en que se supone ver el elefante, sin cuya condicion no se dice absolutamente nada; porque un elefante no nos parece grande sino cuando no estamos muy lejos de él. A la distancia de una legua no distinguiremos un elefante de un cerdo, y si estuviese en la luna nos seria invisible; y asi yo puedo muy bien decir que una mosca me parece mayor que un elefante, que está á grande distancia. Por eso cuando se quiere hablar con exactitud, no se debe hablar de la magnitud aparente de un cuerpo, sin atender á su distancia; pues el mismo cuerpo puede parecernos muy grande ó muy pequeño, segun sea mayor o menor su distancia. Es pues muy facil ver los objetos muy pequeños bajo grandes angulos visuales, poniéndolos á corta distancia del ojo.

Este arbitrio es bueno para una mosca; pero los ojos de los hombres no ven nada á distancias tan pequeñas, por mas cortos de vista que sean; ademas que los que tienen buena vista querrán tambien ver muy grandes los objetos muy pequeños. Se trata pues de buscar un medio para ver con distincion un objeto, no obstante de estar sumamente cerca del ojo. Para esto sirven los vidrios

convexos que alejan las imágenes de los objetos cercanos.

Sea un vidrio convexo muy pequeño M *n* (estampa 1 fig. 18) cuya distancia focal sea de media pulgada: si delante de él se coloca un objeto pequeño O P, á una distancia algo menor que media pulgada, el vidrio representará la imagen *o p* tan lejos como se quiera. Póngase el ojo detras del vidrio, y se verá el objeto como si estuviese en *o*, y á una distancia suficiente, como si su tamaño fuese *o p*. Como el ojo está muy cerca del vidrio, el ángulo visual será *p t o*, esto es el mismo que P *t* O, bajo el cual el ojo sin vidrio veria el objeto en esta proximidad, pero la vision ha sido distinta por medio del vidrio. Tal es el principio de la construccion de los microscopios = A 19 de Enero de 1762.

CARTA 200.

Estimacion del aumento de los objetos, vistos por el microscopio.

Cuando varias personas miran el mismo objeto por un microscopio, como por

ejemplo la pata de una mosca, todos convienen en que la ven muy grande; pero el juicio de cada uno sobre el verdadero tamaño será diferente: el uno dirá que le parece tan grande como la de un caballo; otro como la de una cabra; otro como la de un gato. Ninguno dice en esto nada que sea exacto, si no añade á que distancia pretende ver el objeto. Cada uno supone pues cierta distancia diferente sin expresarla, y asi nada hay de extraño en estos diversos pareceres, porque la pata de un caballo vista a lo lejos, puede no parecer mayor que la de un gato vista de cerca. Cuando pues se trata de decir lo que un microscopio aumenta los objetos, es preciso hablar de un modo exacto, y expresar la distancia en la comparacion que se quiere hacer.

No se deben pues comparar las apariencias que nos ofrecen los microscopios con los objetos de otra naturaleza que estamos acostumbrados á ver ya lejos, ya cerca. El medio mas seguro de arreglar esta comparacion, parece es el que usan los autores que tratan de los microscopios, y consiste en comparar un objeto pequeño visto por el microscopio, con el aspecto en que se veria á simple vista, estando á cierta distancia; y en quanto á esta convienen en que para contemplar dicho objeto a simple vista, es menester tenerla á la distancia de 8 pulgadas, tomando por regla una vista buena,

pues un Miope se acercaría mas, y un Présbite haría lo contrario. Pero esta diferencia no influye en el raciocinio, con tal que sea fija la distancia que sirve de regla; y no hay razon ninguna para admitir otra diferente de la de 8 pulgadas que está recibida de todos los autores que han tratado esta materia. Asi pues, cuando se dice que un microscopio hace los objetos cien veces mayores, debe entenderse que por medio de este microscopio parecen los objetos cien veces mayores que si los mirásemos á la distancia de 8 pulgadas; y de esta manera se tiene idea clara del efecto de un microscopio.

En general, un microscopio aumenta tantas veces, cuantas mayor parece un objeto que parecería mirado sin el vidrio á la distancia de 8 pulgadas. V. A. conoce que el ver un objeto cien veces mayor de lo que parece á la distancia de 8 pulgadas, es un efecto maravilloso; pero todavia se ha logrado mayor, pues hay microscopios que aumentan quinientas veces; y entonces se puede muy bien decir que la pierna de una mosca parece mayor que la de un elefante. Yo creo que se pudieran hacer microscopios que aumentasen 1000, y aun 2000 veces los cuales nos descubririan muchas cosas que no conocemos

Cuando se dice que un objeto visto por el microscopio parece cien veces mayor que si se viese á la distancia de 8 pulgadas, se

debe entender que este aumento es tanto en su largo como en su ancho y su alto, de suerte que cada una de estas dimensiones parece cien veces mayor. Para formarse idea de la imágen que se ve por el microscopio, es menester imaginarse á la distancia de 8 pulgadas otro objeto semegante al primero, pero cuya longitud sea cien veces mayor, é igualmente su latitud y profundidad. Pero cuando las tres dimensiones de un ojeto son cien veces mayores que las de otro, V. A. sabe que toda la extension es mucho mas de cien veces mayor. Para entender bien esto, concibamos dos paralelogramos A B C D y E F G H (estampa 1 fig. 19) que tengan el mismo ancho, pero que la longitud A B del primero sea cinco veces mayor que la longitud E F del otro: es claro que el área ó espacio contenido en el primero es cinco veces mayor que el del otro, pues este se contiene cinco veces en aquel. Luego para que el paralelogramo A D sea cinco veces mayor que el A H, basta que su longitud A B sea cinco veces mayor, siendo una misma la latitud; pero si ademas de esto, la latitud es cinco veces mayor, el espacio será cinco veces mayor, y por consigiente 5 veces 5, esto es 25 veces mayor. Asi pues si de dos superficies, la una es 5 veces mas larga, y cinco veces mas ancha que la otra, será efectivamente 25 veces mayor.

Si ademas tomamos en cuenta la altura

ó profundidad será mayor el aumento. Imagínese V. A. dos aposentos, que el uno sea 5 veces mas largo, 5 veces mas ancho y 5 veces mas alto que el otro: su capacidad será 5 veces 25, ó 125 veces mayor. Luego cuando se dice que un micoscropio aumenta 100 veces, debiendo esto entenderse tanto de lo largo como de lo ancho y alto, ó de las tres dimensiones, todo el objeto será aumentado 100 veces 10000 veces, esto es 1000000; sin embargo solo se dice que el microscopio aumenta 100 veces, pero siempre se debe entender que el aumento es en cada una de sus tres dimensiones, a saber, longitud, latitud y profundidad. Si pues un microscopio aumentase 1000 veces, seria el aumento total del objeto 1000 veces 1000000 veces; esto es 1000. 000. 000, o mil millones de veces, cuyo efecto seria prodigioso. Esta advertencia era necesaria para formarse idea clara de lo que se dice sobre la fuerza de los microscopios. = A 23 de Enero de 1762.

CARTA 201.

Proposicion fundamental para la construccion de los microscopios simples. Idea de algunos microscopios simples.

Explicado ya el modo de juzgar de la fuerza de los microscopios, me será facil demostrar la proposicion fundamental para la construccion de los microscopios simples. Con este motivo debo decir que hay dos suertes de microscopios: los unos son de un solo vidrio, y se llaman microscopios simples; los otros constan de dos ó mas vidrios, y son los microscopios compuestos. Dejando estos para despues, hablaré ahora de los microscopios simples, que consisten en un solo vidrio convexo, y cuyo efecto está determinado en esta proposicion: *un microscopio simple aumenta tantas veces, cuantas su distancia focal está mas cerca que 8 pulgadas.* He aqui la demostracion.

Sea M N (estampa 1 fig. 20) un vidrio convexo; y sea C O la distancia focal á la cual debe estar el objeto para que el ojo le

vea distintamente: este objeto se verá bajo el ángulo O C P. Si se la mirase á la distancia de 8 pulgadadas, apareceria bajo un ángulo tantas veces mas pequeño cuantas la distancia de 8 pulgadas excede á la distancia C O. El objeto parecerá pues otras tantas veces mayor que si se le mirase a la distancia de 8 pulgadas. Pero segun la regla sentada antes, un microscopio aumenta tantas veces, cuantas su distancia focal es menor que 8 pulgadas. Luego un vidrio cuya distancia focal sea de una pulgada aumentará 8 veces; y un vidrio cuya distancia focal sea de media pulcada aumentará 16 veces. Divídese la pulgada en 12 partes iguales, que se llaman *líneas*, de suerte que media pulgada contiene 6 líneas. Por la tabla siguiente se conocerá el numero de veces que aumenta cada vidrio cuya distancia focal es dada en líneas.

Distancia focal del vidrio en líneas

12, 8, 6, 4, 3, 2, 1, $\frac{1}{2}$. *líneas.*

Aumenta.

8, 12, 16, 24, 32, 48, 96, 192, *veces.*

Se ve aqui que un vidrio convexo cuya distancia focal es de una línea, aumenta 96 veces; y si dicha distancia es de media línea, el microscopio aumenta 192 ve-

ces, ó cerca de 200 veces. Si se quisiere mayor efecto, serian menester vidrios cuya distancia focal fuese mas corta; sobre lo cual hemos visto antes que para tener un vidrio con la distancia focal que se quiera, todo se reduce á que el radio de cada cara sea igual á dicha distancia, de suerte que el vidrio sea igualmente convexo por ambos lados.

Pueden hacerse microscopios muy pequeños, y los artistas los ejecutan tales que producen efectos prodigiosos; pero es de observar que á proporcion la distancia del objeto al vidrio va siendo mas pequeña, pues debe ser igual poco mas ó menos á la distancia del foco del vidrio. He dicho *poco mas ó menos*, porque cada uno acerca el vidrio algo mas ó menos segun la constitucion del ojo: los miopes lo acercan mas, y los présbites menos. Se ve pues que cuanto mayor es el efecto, menor ha de ser el vidrio ó microscopio, y mas se ha de acercar al objeto: inconveniente grandísimo, pues por una parte es incomodo mirar por un vidrio tan pequeño, y por otra el objeto ha de estar fijo muy cerca del ojo. Se procura remediar este inconveniente poniendo al vidrio un cerco que facilita su uso; pero á la mas leve mudanza de la distancia del objeto, la vision se altera notablemente: ademas que como en los vidrios muy pequeños ha de estar el objeto casi tocandolos, por

poco desigual que sea la superficie de este no se le ve sino muy confusamente; porque cuando las eminencias estan á distancia competente, las concavidades estan muy lejos, y no se ven con claridad. Esto nos obliga á renunciar á los microscopios simples cuando se quiere mucho aumento, y á recurrir á los microscopios compuestos. = A 26 de Enero de 1762.

✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦✦

CARTA 202.

Límites y defectos de los microscopios simples.

Acabamos de ver el modo de hacer microscopios simples que aumenten tanto como se quiera. Todo se reduce á tomar una línea recta de 8 pulgadas. Esta línea se dividirá en tantas partes iguales, cuantas sean las veces que se quiera aumentar el objeto; y una de estas partes será la distancia focal que debe tener el vidrio. Asi, si se quiere que aumente cien veces, se tomará la centésima parte de dicha línea, y se hará un vidrio cuya distancia focal sea igual á aquella, que tambien será el radio de las caras del vidrio.

Esto manifiesta que cuanto mayor es el efecto mas pequeño debe ser el vidrio, é igualmente la distancia focal á que se ha de colocar el objeto. Si se hiciese el vidrio para que aumentase 200 veces, sería tan pequeño que casi sería menester otro microscopio para verlo: ademas sería preciso acercarse tanto que casi se tocaria al vidrio, de cuyo inconveniente he hablado. Así pues no puede casi pasar de 200 veces el efecto de estos microscopios, lo que no basta para ver muchísimos objetos que hay en la naturaleza. El agua mas clara contiene ciertos animalillos, que aun viéndolos aumentados 200 veces, no parecen mayores que pulgas; y para verlos del tamaño de un raton eran menester microscopios que aumentasen 20000 veces, á lo que no llegan ni aun los microscopios compuestos.

Ademas de los mencionados inconvenientes de los microscopios simples hay otros de menor entidad; y es que cuanto mas se aúmenta el objeto, tanto mas obscuro parece, y se le ve con luz muy debil, ó como si estuviese á la claridad de la luna, sin poder distinguir nada de él. V. A. se acordará de que la luz de la luna llena es mas de doscientas mil veces más débil que la del sol.

Tratemos de averiguar de donde procede esta diminucion de luz. Facilmente se compreende que si los rayos que vienen

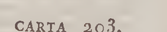
de un objeto muy pequeño, deben representárnoslo como si fuese mucho mayor, no puede ser suficiente esta corta cantidad de luz. Sin embargo, por mas fundada que parezca esta razon, no hace fuerza, y solo nos deslumbra; porque si el mayor aumento causa necesariamente la diminucion de claridad, debería esto notarse en los menores efectos, aunque no fuese en tan alto grado; y es un hecho que se puede aumentar el objeto hasta 50 veces, sin advertir la menor diminucion de luz, que debería ser 50 veces mas debil si la razon alegada fuera cierta. Es menester pues buscar en otra parte la causa de este fenómeno; y aun hay que buscarla en los primeros principios de la vision.

Hablando del ojo, tratamos del uso de la pupila ó niña, ó de aquel agugerillo negro que se ve en el ojo en el medio del iris. Por este agugero entran los rayos en los ojos, y así cuanto mayor es, tantos mas entran. Deben considerarse dos casos: uno es cuando los objetos son muy luminosos y brillantes; otro es, cuando estan iluminados por una luz débil En el primero, la pupila se contrahe por sí misma, sin que nuestra voluntad tenga influjo; y el Criador le dió esta facultad para preservar lo interior del ojo del gran resplandor de la luz, que dañaria los nervios. Siempre pues que nos hallamos en un lugar muy iluminado, se ve que to-

das las pupilas se estrechan para no dejar entrar en los ojos mas que los rayos necesarios que pinten una imágen suficientemente luminosa. Lo contrario sucede en un lugar sombrío: la pupila se ensancha para recibir mayor cantidad de luz. Cualquiera advierte esta mudanza cuando pasa de un lugar oscuro á otro muy claro. Por lo que toca al punto de que se trata, basta advertir la circunstancia, de que cuantos mas rayos entren en el ojo, tanto mas luminosa será la imágen; y reciprocamente cuanto menor sea la cantidad de rayos que entren en el ojo, tanto mas débil y obscura será la imágen sobre la retina. Puede suceder que entren pocos rayos en el ojo, aunque la pupila esté bien abierta, como se verifica mirando algun objeto por un agugerillo hecho en un naipe con un alfiler; pues entonces por mas que el sol le ilumine, parecerá mas obscuro mientras menor sea el agugerillo; y aun por el se puede mirar al sol. La razon de esto es evidente; pues son muy pocos los rayos que entran en el ojo, y aunque la pupila esté muy abierta, el agugero del carton es el que determina la cantidad de la luz que entra en el ojo, y no la pupila que es la que en otros casos hace este oficio.

Lo mismo sucede en los microscopios de mucho aumento: cuando el vidrio es muy pequeño, no pasa mas que una cortisima cantidad de rayos, que siendo mas pequeña

que la abertura de la pupila, hace aparecer el objeto tanto mas obscuro. Por donde se ve que la expresada diminucion de luz no se verifica sino cuando el vidrio o mas bien su parte descubierta es mas pequeña que la pupila. Si fuese posible producir este grande aumento por medio de un vidrio mayor, no habria tal oscurecimiento; y esta es la verdadera explicacion de la cuestion. Para remediar este inconveniente, se procura iluminar el objeto todo lo que se puede, con el fin de aumentar los rayos que llegan al ojo; para lo cual se iluminan los objetos con la luz del sol, y tambien se les dirige esta por medio de espejos. Esto es todo lo que hay que considerar en los microscopios simples, y con esto podrá V. A. juzgar del efecto de todos los que se le presenten. = A 30 de Enero de 1762.



CARTA 203.

Sobre los telescopios y su efecto.

Antes de esplicar la construccion de los microscopios compuestos, creo que una digresion sobre los anteojos ó telescopios

no desagradará á V. A. Estos dos géneros de instrumentos tienen mucha conexion entre sí, y el uno sirve para aclarar mejor el otro. Asi como los microscopios sirven para examinar los objetos cercanos, representándolos bajo un ángulo mucho mayor, que si los mirásemos á una distancia determinada como la de 8 pulgadas, el otro género de instrumentos sirve para descubrirnos mejor los objetos distantes, representándolos bajo un ángulo mayor que á simple vista. Estos instrumentos tienen diferentes nombres, segun su tamaño y el uso á que se les destina; y no se deben confundir con los anteojos que la gente anciana se pone en las narices.

Un telescopio aumenta tantas veces, cuantas el ángulo bajo el cual nos representa los objetos es mayor que á simple vista. Por ejémplo, la luna se ve á simple vista bajo un ángulo de medio grado: por consiguiente un telescopio aumenta 100 veces, cuando nos representa la luna bajo un ángulo de 50 grados, que es 100 veces mayor que medio grado: si aumentase 200 veces, veríamos la luna bajo un ángulo de 100 grados; y entonces nos parecería que la luna llenaba mas de la mitad del cielo visible, cuya extension es solo de 180 grados.

Dícese comunmente que los telescopios nos acercan los objetos, cuyo modo de hablar es muy equívoco, y admite dos significaciones diferentes. La una es que miran-

do por un telescopio, juzgamos los objetos tantas veces mas cerca de nosotros, cuantas los aumenta; pero sobre esto he dicho antes que no podemos conocer las distancias de los objetos sino por el juicio, y en cortas distancias; de manera que estando tan lejos como aqui suponemos, nos engañamos mucho en el juicio sobre las distancias. La otra significacion es que los telescopios nos representan los objetos tan grandes como los veríamos si estuviésemos mas cerca; y esto es mas conforme á la verdad. V. A. sabe que cuanto mas cerca está un objeto, bajo tanto mayor ángulo aparece, y asi la esplicacion de esto se reduce a la que di al principio. Sin embargo cuando miramos objetos muy conocidos, como un hombre á mucha distancia, y lo vemos por un anteojo bajo un ángulo mucho mayor, nos imaginamos que está mucho mas cerca, pues entonces se le vería efectivamente bajo un ángulo mucho mayor. Pero cuando los objetos son poco conocidos, esto es, que no solemos verlos á diferentes distancias, como el sol y la luna, no puede haber ninguna estima de distancia.

Este caso es enteramente diferente del otro que vimos, en que un vidrio cóncavo representa las imágenes de los objetos á cortísima distancia. El vidrio cóncavo por ejemplo, que yo uso, me representa las imágenes de todos los objetos lejanos á la distancia de 4 pulgadas, mas no por eso me ima-

sino que el sol, la luna y las estrellas estén tan cerca de mí. Asi pues no juzgamos que los objetos esten á donde se hallan representadas sus imágenes por los vidrios; del mismo modo que no creemos que los objetos existan en nuestros ojos, aunque sus imágenes esten pintadas en ellos; y V. A. no se habrá olvidado dé que el juicio que hacemos de la verdadera distancia de los objetos, y de su verdadero tamaño, depende de circunstancias particulares.

El fin principal de los telescopios es pues aumentar ó multiplicar el ángulo bajo el cual aparecen los objetos á simple vista, y segun este efecto de los telescopios asi se hace la division de ellos; de suerte que se dice que tal telescopio aumenta 5 veces, otro 10, otro 20, otro 30, y asi de los demas. Con este motivo observarémos que los anteojos de bolsillo ó de teatro, rara vez aumentan mas de 10 veces, pero los anteojos comunes que se usan para mirar objetos terrestres á que suelen llamar anteojos de larga vista, aumentan de 20 á 30 veces, y su largo es de 6 ó mas pies. Este efecto aunque considerable es corto para los cuerpos celestes, que lo exigen mucho mayor, y para esto hay anteojos astronómicos que aumentan desde 50 hasta 200 veces; y parece dificil conseguir mayor efecto, porque segun el método ordinario de construirlos, son tanto mas largos cuanto mayor

es su efecto. Un anteojo que aumente 100 veces, tiene ya 30 pies de largo, y uno de 100 pies apenas puede aumentar 200 veces. Bien claro se ve que la dificultad de manejarlos y apuntarlos á los objetos, no permite ir mas adelante. El famoso *Hevelio* astrónomo de Dantzig, usaba anteojos de 200 pies de largo, pero estos instrumentos eran sin duda muy defectuosos, pues con otros mas cortos se descubre en el dia lo mismo que con aquellos.

Tal es por mayor la descripcion de los telescopios y sus diversas especies, lo que me ha parecido del caso exponer antes de tratar de su construccion, y del modo de disponer dos ó mas vidrios para producir estos diferentes efectos. = A 2 de Febrero de 1762.

CARTA 204.

Anteojos de aproximacion ó de bolsillo.

No se sabe de cierto á quien debemos el descubrimiento de los telescopios; si á un artista Holandes, ó á un Italiano llamado *Porta.* Sea como fuere, no hay mas de 150

años que se empezó á hacer anteojitos pequeños, compuestos de dos vidrios, el uno convexo y el otro cóncavo. Parece que la casualidad fue quien produjo un descubrimiento tan útil; y tal vez acercando ó apartando dos vidrios, sin ningun designio, se notó que los objetos aparecian con distincion.

El vidrio convexo P A P (estampa I fig. 21) está dirigido hácia el objeto, y en el vidrio cóncavo Q B Q es donde se aplica el ojo; y por eso el vidrio P A P se llama el *objetivo*, y el vidrio Q B Q el *ocular*. Estos dos vidrios estan dispuestos en un mismo eje A B, que pasa por el medio de los dos y les es perpendicular. La distancia focal del vidrio convexo P A P debe ser mayor que la del vidrio cóncavo, y los vidrios deben estar á tal distancia, que si A F es la distancia focal del objetivo P A P, caiga el foco del ocular Q B Q en el mismo punto F. Se ve pues que el intervalo A B entre los dos vidrios es igual á la diferencia de sus distancias focales. Estando los vidrios colocados de esta suerte, los que tengan buena vista, verán muy bien los objetos distantes, y les parecerán tantas veces mayores, cuantas la distancia focal A F sea mayor que la B F. Si pues la distancia focal del objetivo es de 6 pulgadas y la del ocular de una pulgada, será de seis veces el aumento de los objetos, ó aparecerán bajo un ángulo seis ve-

ces mayor que á simple vista; el intervalo A B entre los vidrios será de 5 pulgadas; y de este largo será el anteojo. V. A. sabe que estos vidrios se ponen en un tubo, como todos lo han visto en los anteojos, y que el ocular puede entrar y salir mas ó menos, para acercarlo ó apartarlo segun la vista de cada uno.

Despues de haber dicho el modo de disponer estos dos vidrios para que resulte un buen instrumento, hay dos cosas que examinar: la una es porque estos vidrios nos representan distintamente los objetos; y la otra porque los aumentan tantas veces cuantas la línea A F es mayor que B F.

Por lo que hace á la primera, se debe advertir que una vista buena ve mejor los objetos cuando estan á tal distancia, que los rayos que envian al ojo pueden ser mirados como paralelos. Consideremos el punto V (estampa 1, fig. 21) del objeto á que está apuntado el anteojo; y suponiéndolo muy distante, los rayos M P, O V, M P que dan sobre el objetivo, serán casi paralelos entre sí; siendo convexo el objetivo P A P los reunirá en su foco F, y siendo convergentes estos rayos, no convendrian á una vista buena. El vidrio cóncavo en B que hace los rayos mas divergentes, ó disminuye su convergencia, romperá los rayos P R y P R, de suerte que se pondrán paralelos entre sí, ó bien en lugar de reunirse en F se-

guiran por la direccion R s, R s paralela al eje BF. Asi pues una vista buena, que es á la que siempre se arregla la construccion de estos instrumentos, recibiendo estos rayos paralelos R s, bF, R s verá distintamente el objeto. Los rayos R s, R s se vuelven paralelos entre sí, porque el vidrio cóncavo tiene su foco ó mas bien su punto de dispersion en F.

V. A. se acuerda de que los rayos paralelos que caen sobre un vidrio cóncavo, se vuelven divergentes despues de la refraccion, de suerte que prolongados hácia atras, se juntan en el foco. Esto supuesto invirtamos el caso, y miremos los rayos sR, sR como incidentes sobre el vidrio cóncavo: entonces sabemos que seguirán las direcciones RP, RP, que continuadas hácia el lado opuesto, se juntan en F donde está el foco comun de los dos vidrios. Es ley general que de cualquier modo que se rompan los rayos, pasando de un lado á otro, padecen siempre la misma refraccion que volviendo de este lado al primero. Si pues los rayos refractos RP, RP corresponden á los rayos incidentes sR, sR, tambien los rayos PR, PR incidentes corresponderán á los refractos R s y R s.

Para aclarar mas este punto, debo decir que los vidrios concavos tienen la propiedad de volver paralelos dichos rayos, que sin la refraccion, irian á juntarse en el fo-

co. V. A. debe enterarse bien de las reglas siguientes sobre la refraccion, asi de los vidrios convexos como de los cóncavos.

1.° Siendo convexo el vidrio, los rayos paralelos se hacen convergentes despues de la refraccion. Los convergentes se hacen mas convergentes, y los divergentes menos divergentes.

2.° Siendo cóncavo el vidrio, los rayos paralelos, se hacen divergentes, los divergentes salen mas divergentes, y los convergentes menos convergentes.

Todo esto se funda en la naturaleza de la refraccion y de la figura de los vidrios, que especificarlo sería muy largo, ademas de que lo mas esencial se contiene en las dos reglas expresadas.

Queda pues suficientemente probado que cuando un vidrio convexo y otro concavo estan juntos de modo que tienen un foco comun en F, representan distintamente los objetos apartados; pues el paralelismo entre los rayos se restablece por el vidrio cóncavo, despues que el vidrio convexo los hizo convergentes; ó en otros términos: los rayos de los objetos muy distantes que son casi paralelos, se hacen convergentes al pasar por los vidrios convexos, y despues el vidrio cóncavo destruye esta convergencia, y vuelve de nuevo los rayos paralelos entre si.=A 6 de Febrero de 1762.

CARTA 205.

Sobre lo que aumentan dichos anteojos.

Tengo ahora que exponer á V. A. el artículo principal de los anteojos, que es el que toca á su efecto de aumentar el tamaño de los objetos. Espero ponerlo tan en claro, que no quede ninguna especie de duda; y para ello comprenderé lo que tengo que decir en las proposiciones siguientes.

1.ª Sea E*e* (estampa 1 fig. 22) el objeto situado en el eje del anteojo, que atraviesa perpendicularmente los dos vidrios por el medio de ellos. Este objeto E*e* se ha de considerar que está á una distancia sumamente grande.

2.ª Si el ojo colocado en A mira á este objeto, le verá bajo el ángulo EA*e*, llamado su ángulo visual. Hay pues que probar que mirando el mismo objeto por el anteojo, aparecerá bajo mayor ángulo, y que este será tantas veces mayor que el otro, cuantas veces la distancia focal del objetivo PAP sea mayor que la del ocular QBQ.

3.ª Como el efecto de todos los vidrios

consiste en representar los objetos en otro lugar, y con un cierto tamaño, todo se reduce á examinar las imágenes que serán sucesivamente representadas por los dos vidrios; y de las cuales la última es el objeto inmediato de la vision del que mira por el anteojo.

4.ª Estando el objeto Ee infinitamente apartado del vidrio convexo PAP, se representará su imagen al otro lado del vidrio en Ff, siendo AF igual a la distancia focal del vidrio. El tamaño de esta imágen Ff, está determinado por la línea recta fAe tirada desde el extremo e del objeto por el medio del vidrio A. Se ve que la imágen está inversa, y es tantas veces mas pequeña que el objeto, cuantas la distancia AF es menor que la distancia A E.

5.ª La imágen Ff hace ahora el oficio del objeto respecto del vidrio ocular QBQ; pues los rayos que caen sobre este vidrio son los mismos que irian a formar la imagen Ff, si no fuesen interceptados por el vidrio concavo QBQ; de suerte que la imágen es imaginaria, pero el efecto es el mismo que si fuese real.

6.ª La imágen Ff que ahora hace el oficio de un objeto, se halla a la distancia focal del vidrio QBQ, y la refraccion de este la trasportará casi al infinito. Esta nueva imágen se representa en Gg, pero se ha de concebir la distancia Ag como infinita; y

los rayos refractos que salen del vidrio QBQ seguirán la misma direccion que si viniesen de la imágen G g.

7.a Siendo esta segunda imágen G g el objeto del que mira por el anteojo, debemos considerar su tamaño. Para esto se seguirá la regla general. Naciendo esta imágen de la primera F f por la refraccion del vidrio, se tirará por el medio del vidrio B una línea recta que pase por el punto f de la primera imagen, y señalará en g el extremo de la segunda imágen.

8.a Si ahora el expectador pone su ojo en B, siguiendo los rayos la misma direccion que si viniesen efectivamente de la imágen G g, aparecerá esta bajo el ángulo G B g, que es mayor que el ángulo E A e, bajo el cual aparece el objeto E e á simple vista.

9.a Es sabido que el ángulo E A e es igual al ángulo F A f su opuesto al vértice. El ángulo G B g es igual al ángulo F B f porque son opuestos al vértice. Se trata pues de probar que el ángulo F B f excede al ángulo F A f, tantas veces como la linea A F, distancia focal del objetivo, excede á la línea B F, distancia focal del ocular.

10. Para probar esto, es menester valerse de ciertas proposiciones de la geometría sobre la naturaleza de los sectores. V. A. sabe que un sector es la parte de circulo contenida entre dos rayos C m, C n, y un arco

co ó porcion Mn de la circunferencia. Hay pues en un sector tres cosas que considerar: 1.° el radio CM ó cn del círculo: 2.° la cantidad del arco MN, y 3.° el ángulo MCN. (estampa 1 fig. 23.)

11. Consideremos dos sectores MCN y mcn, cuyos rádios CM y cm sean iguales entre sí: los ángulos en C y c, segun se prueba en los elementos de geometría, serán entre sí como los arcos MN y mn; ó bien el ángulo C es tantas veces mayor que el ángulo c, cuantas el arco MN es mayor que el arco mn; y esto se expresa de otro modo mas sencillo, diciendo, los ángulos C y c, son proporcionales á los arcos MN y mn cuando los rádios son iguales.

12. Si los dos sectores MCN y mcn tienen sus ángulos C y c iguales entre sí, pero desiguales sus rádios, se prueba en geometría que el arco MN es tantas veces mayor que el arco mn, cuantas el rádio CM es mayor que cm; ó se dice que los arcos son proporcionales á los radios, cuando los ángulos son iguales. La razon es evidente; pues cada arco contiene tantos grados como su ángulo, y los grados de un círculo mayor son mayores que los de otro menor en la misma razon que el rádio mayor contiene al menor.

13. Consideremos por fin el caso en que los dos sectores MCN y mcn tienen los arcos MN y mn iguales entre sí, y desigua-

les sus rádios C M y cm. Entonces el ángulo C correspondiente al rádio mayor C M es mas pequeño, y el ángulo c que corresponde al rádio menor cm, es mayor; y esto es en la misma razon que los rádios; de manera que el ángulo c es tantas veces mayor que el ángulo C, cuantas el rádio C M es mayor que el rádio cm; ó como dicen los geómetras, los ángulos son reciprocamente proporcionales á los rádios cuando los arcos son iguales.

14. Esta última consideracion nos llevará al fin propuesto, añadiendo estotra reflexion, que cuando los ángulos son muy pequeños, como se verifica en estos anteojos, los arcos M n y mn no se diferencian sensiblemente de sus cuerdas ó de las líneas rectas M N y mn.

15. Los triángulos F A f, y F B f (estampa 1 fig. 22) pueden ser considerados como sectores en que el arco F f es el mismo en uno y otro. Por consiguiente el ángulo F B f es mayor que el ángulo F A f, tantas veces cuantas la distancia A F contiene á la distancia B F; ó bien el objeto E e aparecerá en el anteojo bajo un angulo tantas veces mayor, cuantas la distancia focal del objeto A F excede á la distancia focal del ocular B F; que es lo que se habia de demostrar. = A 9 de Febrero de 1762.

CARTA 206.

Defectos de los anteojos de bolsillo. Del campo aparente.

V. A. ve claramente que no se deben esperar grandes efectos de estos pequeños anteojos, de que ya dije que no aumentan los objetos mas de unas 10 veces. Si se quisiese mayor efecto, no solamente deberian ser mas largos é incómodos para llevarlos en el bolsillo, sino que tendrian otros defectos mas esenciales; por lo que los artistas han renunciado á este género de anteojos, cuando se desea tener grandes efectos.

El principal de dichos defectos consiste en la pequeñez del campo aparente; lo que me proporciona explicar este artículo importante que pertenece á todos los anteojos. Cuando se apunta un telescopio ó un anteojo hácia el cielo ó á otros objetos terrestres muy distantes, el espacio que se descubre aparece en forma de un círculo, y solo se ven los objetos que se hallan dentro de este espacio; de suerte que si se quiere ver otros objetos, hay que mudar la posicion del anteojo. A este espacio circular que se presen-

ta al expectador, llaman *campo aparente*, ó solamente campo del instrumento; y V. A. advertirá la gran ventaja de que el campo aparente sea muy grande; y al contrario que es un gran defecto en estos instrumentos el que sea pequeño. Consideremos dos anteojos que esten apuntados á la luna, y que por el uno se descubra la mitad de ella, y que por el otro se la vea entera con las estrellas cercanas. El campo de este será mayor que el del primero. El que presenta mayor campo, no solamente nos dispensa de tener que mudar con frecuencia su posicion, sino que tambien nos proporciona la grandísima ventaja de poder comparar entre sí varias partes del objeto, viéndolas á un mismo tiempo.

El tener un gran campo, es pues una de las mayores perfecciones de un anteojo ó de un telescopio. De consiguiente importa muchísimo medir y conocer el campo de todos estos instrumentos. Para esto se toma por regla el espacio circular del cielo que se descubre por el anteojo, midiendo su diámetro en grados y minutos; asi como vimos que el diámetro de la luna es de cerca de medio grado. Si el anteojo ó telescopio no descubre mas que la luna, se dice que el diámetro de su campo es de medio grado: si no se descubriese mas que la mitad de la luna, el diámetro del campo sería un cuarto de grado.

La medida de los ángulos nos suminis-

tra pues el medio de medir el campo aparente, ademas de que la cosa es clara por sí misma. Supongamos que por el instrumento ABC (estampa 1 fig. 24) no se vea mas que el espacio POP y los objetos contenidos en él. Siendo un círculo este espacio, su diámetro será la línea POP, cuyo centro O estará en el eje del instrumento. Tirando pues de los extremos PP las líneas rectas PC, PC, el ángulo PCP señala el diametro del campo aparente; y la mitad OCP de dicho ángulo, se llama el semi-diámetro del campo aparente del instrumento. En esto comprenderá V. A. perfectamente lo que debe entenderse cuando dicen que el diámetro del campo aparente de un anteojo es de un grado; el de otro de dos grados &c. y tambien de 30 minutos, que hacen medio grado; ó de 15 minutos que son un cuarto grado.

Para juzgar del mérito de un anteojo ó telescopio, respecto del campo aparente, se debe tambien atender á lo que aumenta el instrumento. En general, cuanto mas aumenta el anteojo ó telescopio, tanto menor es precisamente el campo aparente. Estos límites los ha prescrito la naturaleza misma. Supongamos que uno de estos instrumentos aumenta 100 veces: es evidente que el diámetro del campo no puede ser de dos grados, porque pareciéndonos este espacio cien veces mayor, sería como de 200 grados, y por

consiguiente mayor que todo el cielo visible que solo es de 180 grados, del que solo podemos descubrir de una vez la mitad, ó mas bien un cuarto circular de 90 grados de diámetro. Se ve pues que un telescopio que aumentase 100 veces, no nos descubriría un espacio de un grado; pues este grado multiplicado 100 veces, haría mas de 90 grados. Así pues un anteojo que aumentase 100 veces, sería excelente si el diámetro de su campo fuese algo menos de un grado; y la naturaleza misma del instrumento no admite mayor efecto.

Pero otro anteojo que solo aumentase 10 veces, sería muy defectuoso, si no descubria campo mayor que de un grado de diámetro; porque este campo multiplicado 10 veces, no parecería mas que un espacio de 10 grados en el cielo, lo que es muy poco, y limitaba demasiado nuestra vista. Será pues facil por lo que hace al campo aparente, el juzgar de lo excelente ó defectuoso de este género de instrumentos, atendiendo al efecto que producen. Cuando el anteojo aumenta 10 veces debe descubrir un campo de 9 grados, pues 9 veces 10 hacen 90 grados, que es lo que nuestra vista puede alcanzar, y si el diámetro de su campo fuese solamente de 5 grados ó mas pequeño, el instrumento será muy defectuoso. Despues probaré que si se quisiera hacer anteojos de esta especie que queda expuesta, que aumentasen mas

de 10 veces, tendrian dicho defecto: su campo aparente multiplicado por el aumento seria menos de 90 grados, y no mostraria ni aun la mitad. Pero este defecto no es tan sensible cuando los efectos han de ser menores; pues si uno de estos anteojos solo aumenta 5 veces, el diámetro de su campo es de unos cuatro grados, que aumentado 5 veces, aparece como un espacio de 20 grados, con lo que debemos contentarnos. Si se quisiese el aumento de 25 veces, el diámetro del campo solo seria de medio grado, que tomado 25 veces, daria 12 grados, lo que es muy poco. Por eso cuando se desea mucho aumento, es preciso usar de otra diferente disposicion de vidrios, que explicaré mas adelante = A 13 de Febrero de 1762.

CARTA 207.

Determinacion del campo aparente en los anteojos de bolsillo.

Siendo de la mayor importancia el conocimiento del campo aparente en la construccion de los telescopios y anteojos, haremos la aplicacion á los anteojos pequeños de que antes hablé.

El vidrio PAP (estampa 1 fig. 22) es el objetivo: QPQ el ocular; la recta EF es el eje del anteojo, en el cual á gran distancia se halla el objeto E*e*, visto por el instrumento bajo el ángulo EA*e* que representa el semi-diámetro del campo aparente, pues hácia la parte de abajo se extiende otro tanto. El punto E es pues el centro del espacio visto por el anteojo, y el rayo EA que atraviesa perpendicularmente los dos vidrios, no padece refraccion. Asi pues para que este rayo entre en el ojo, se ha de fijar este en alguna parte del eje del anteojo en BF detras del ocular, de suerte que el centro de la pupila se halle en la linea BF; y esto es regla general para todos los anteojos. Consideremos ahora el extremo visible *e* del objeto, cuyos rayos llenan toda la abertura del vidrio objetivo PAP; pero bastará considerar el rayo EA que pasa por el medio del objetivo A, pues los demas le rodean, y casi no hacen mas que reforzarlo; de suerte que si entra en el ojo, los demas ó gran parte de ellos entran tambien; y si aquel no entra, aunque tal vez entren algunos de los otros, son muy débiles para excitar una impresion bastante viva. Podemos pues sentar por regla, que no se ve el extremo *e* del objeto mientras el rayo *e*A despues de pasar por los dos vidrios, no entra en el ojo.

Debemos pues examinar atentamente el camino de este rayo *e*A; y pues pasa por el

medio del vidrio no padece refraccion, segun la regla establecida al principio, de que los rayos que pasan por el medio de un vidrio cualquiera, siguen su direccion sin padecer refraccion. Luego este rayo *e* A, despues de pasar por el objetivo, continuará el mismo camino para ir á reunirse con los demas rayos del mismo punto *e*, en el punto *f* de la imágen, representada por el objetivo en F*f*; pero como el rayo encuentra en *m* el vidrio cóncavo, y no pasa por el medio de él se desviará, y en lugar de ir hácia f, seguirá por *m n* mas divergente del eje BF, segun se dijo ser este el efecto de los vidrios cóncavos. Para conocer esta nueva direccion *m n*, es menester recordar que el vidrio objetivo representa el objeto E*e* en situacion inversa en F*f*, siendo AF igual á la distancia focal de dicho vidrio que transporta el objeto E*e* á F*f*. Esta imágen F*f* ocupa el lugar del objeto respecto del vidrio ocular QBQ, el cual la traslada de nuevo á G*g*, cuya distancia BG debe ser tan grande como la del objeto mismo; y para esto es necesario colocar el ocular de suerte que el intervalo BF sea igual á su distancia focal.

En cuanto al tamaño de estas imágenes, la primera F*f* queda determinada por la recta *e*A*f*, tirada desde *e* por el medio A del primer vidrio; y la otra Gg, por la recta *f*B*g* tirada desde el punto *f* por el medio B del segundo vidrio. Esto sentado, el rayo A*m* di-

rigido hácia el punto *f* sale refracto en *mn*, y esta línea *mn* continuada hácia atras pasa por el punto *g*; pues *mn* produce en el ojo el mismo efecto que si viniese efectivamente del punto *g*. Como esta línea *mn* se va apartando cada vez mas del eje BF, donde se halla el centro de la pupila, no podrá entrar en el ojo mientras la abertura de la pupila no se extienda hasta alli; de suerte que si esta abertura se redujese á un punto no entraria en el ojo el rayo *mn*, ni se veria el punto *e* del objeto, ni ningun otro exepto el eje AE. De consigiente no habria campo aparente, y no se veria mas que el punto E del objeto que se hallase en el eje. Se ve pues claramente que el campo que se descubre por este anteojó depende de la abertura de la pupila; de suerte que cuanto mayor ó menor es esta, tanto mayor ó menor es el campo aparente. El punto *e* será pues visible al ojo, si el intervalo B*m* no es mayor que la mitad del ancho de la pupila, de modo que el rayo pueda entrar; pero tambien es menester acercar el ojo al vidrio ocular tanto como se puede, porque el rayo *mn* se aparta del eje BF, y no entraria en la pupila á mayor distancia.

Con esto es fácil ahora determinar el campo aparente que nos descubren estos anteojos. Se toma en el ocular el intervalo B*m* igual á la mitad del ancho de la pupila: por el punto *m* y por el medio A del vidrio objetivo se tira la línea recta *m* A *e*, y esta se-

ñalará el extremo *e* del objeto que será todavia visible por el anteojo; y el ángulo E A *e* dará el semi-diámetro del campo aparente. Por aqui se ve que si la distancia A B entre los vidrios es de algunas pulgadas, el ángulo B A *m* será muy pequeño; pues la línea B *m* no tiene mas que una vigésima parte de pulgada. Si pues se quisiese grande aumento, se necesitaria que la distancia entre los vidrios fuese considerable, resultando de ello que el campo aparente fuese sumamente pequeño. La naturaleza de los ojos pone pues límites á esta especie de anteojos, y nos obliga a recurrir á otras especies, cuando se quieren efectos considerables.=A 16 de Febrero de 1762.

CARTA 208.

Anteojos astronómicos y su aumento.

Pasemos á la segunda especie de anteojos, que se llaman anteojos astronómicos, los cuales constan de solos dos vidrios, como los de la primera especie, solo con la diferencia de ser en estas convexo el ocular.

El objetivo P A P (estampa 2 fig. 25) es un vidrio convexo, cuyo foco sea F: en el

mismo eje se fija otro vidrio convexo QQ mas pequeño, de suerte que su foco caiga tambien en el punto F. Colocando el ojo en o á la distancia Bo, igual a la distancia focal del ocular QQ, se veran los objetos con distincion y aumentados tantas veces cuantas la distancia focal del objetivo AF exceda la del ocular BF; pero es de advertir que todos los objetos se ven en situacion inversa, de suerte que si se mira por este instrumento á las casas, se ven los techos abajo y las calles arriba. Como esta circunstancia no es agradable, no se usan estos anteojos para mirar los objetos terrestres, sino para los celestes que nos es indiferente ver de uno ú otro modo, pues al astrónomo le basta saber que lo que se ve arriba se halla realmente abajo, y recíprocamente. Sin embargo, no hay inconveniente en usar de estos anteojos para los objetos terrestres, pues muy pronto se adquiere el hábito de ver los objetos inversos.

Ahora debo probar tres cosas: la primera que por medio de los vidrios dispuestos en la forma expresada, los objetos aparecerán con distincion: la segunda que se verán aumentados tantas veces cuantas la distancia focal del objetivo es mayor que la del ocular, y en situacion inversa: la tercera, que no se ha de aplicar el ojo inmediatamente al vidrio ocular, como en los otros ante jos, sino que ha de estar con corta diferencia á la distancia focal del ocular.

CARTA 209.

Sobre el campo aparente de los anteojos astronómicos.

Para tratar del tercer punto sobre los anteojos astronómicos, tocante al lugar del ojo, observaré que este artículo está estrechamente unido al del campo eparente, siendo este el que nos obliga á tener el ojo en el lugar señalado, de manera que si se aleja ó acerca, no se descubre tan grande campo.

Siendo la extension del campo un artículo tan esencial é importante en todos los anteojos, es igualmente importante determinar el lugar donde se ha de poner el ojo para que descubra el mayor campo. Si el ojo estuviese aplicado inmediatamente al vidrio ocular, tendríamos el caso de los otros anteojos, en qué el campo es sumamente pequeño, cuando el aumento es considerable: Pero apartando el ojo del vidrio ocular, crece el campo aparente hasta cierto punto, y por eso son estos anteojos capaces de mucho aumento. Ya dijimos que con estos an-

teojos se logra aumentar hasta 200 veces; siendo por esto preferibles á los de la primera especie que solo pueden aumentar 10 veces; y el inconveniente de representar inversos los objetos no es nada en comparacion de esta ventaja. Voy pues á explicar á V. A. este importante artículo con la claridad que me sea posible.

1.º El objeto E *e* (estampa, 2 fig. 26) se supone infinitamente distante: sea *e* su extremo visible todavia por el anteojo, cuyos vidrios son PAP y QBQ dispuestos en el eje comun EABO. Se trata de considerar el camino que seguirá el rayo que viene del extremo *e* del objeto y pasa por el medio A del vidrio objetivo. V. A. se acordará que los demas rayos que vienen del punto *e*, no hacen mas que acompañar y reforzar el rayo *e*A que es el principal en la vision.

2.º Pasando el rayo *e*A por el medio del vidrio PP no padecerá refraccion, continuará en linea recta A*fm*, y pasando por el extremo de la imagen F*f*, llegará al punto *m* del ocular. Se ve que si el ocular no fuera tan grande que el punto *m* cayese fuera de él, dicho rayo no llegaria al ojo, y el punto *e* seria invisible, esto es, el extremo *e* visible del objeto deberia tomarse mas cerca del eje, para que el rayo A*f m* encontrase al ocular.

3.º El rayo A*m* sale refracto del vidrio ocular, en la direccion que es fácil encontrar;

porque si se considera la segunda imágen Gg, aunque apartada al infinito, basta saber que la recta B*f* prolongada pasa por el extremo g de dicha imágen, que es el objeto inmediato de la vista. Debe pues el rayo refracto seguir la direccion *n*O, que prolongada pase por el punto *g*.

4.º Dos líneas O*n* y B*f* que no concurren en *g* sino al infinito, son paralelas entre sí. De aquí sacamos un método mas facil para determinar la posicion del rayo refracto *no*; y se reduce á tirar una línea paralela á la línea B*f*.

5.º Se ve que el rayo *n*O ha de concurrir con el eje del anteojo en algun punto O; y como por lo comun, cuando el aumento es grande, el punto F está mucho mas cerca del vidrio QQ que del vidrio PP, el intervalo B*m* será muy poco mayor que la imágen F*f*; y por ser la línea *n*O paralela á *f*B, será la línea BO casi igual á BP, ó á la distancia focal del vidrio ocular.

6.º Si pues el ojo está en O, recibirá no solo los rayos que vienen del medio E del objeto, sino tambien los del extremo *e*, y por consiguiente de todos los puntos del objeto. En este caso el campo aparente no depende de la abertura de la pupila, con tal que el ojo esté en O; pero en apartándose de este punto se pierde mucho el campo aparente.

7.º Si el punto *m* no viene al extremo del vidrio ocular, todavia podrian pasar otros

rayos mas distantes del eje, y de consiguiente el anteojo descubriria mayor campo. Asi pues para determinar el verdadero campo aparente que el anteojo puede descubrir, se ha de tirar desde el medio A del vidrio objetivo al extremo del vidrio ocular *m*, la linea recta A *m*, que continuada hasta el objeto señalará en *e* el extremo visible. En consecuencia el angulo E A *e* ó bien B A *m*, da el semidiámetro del campo aparente, que por consiguiente será tanto mayor cuanto mas ancho sea el vidrio ocular.

8.º Vimos que en la primera especie de anteojos, el campo aparente dependia únicamente de la abertura de la pupila; y vemos que en estos otros depende del ancho del vidrio ocular; lo cual da una diferencia muy esencial entre estas dos especies, con ventaja de esta última. La *figura* que me ha servido para la demostracion de este punto, sobre el lugar del ojo y el campo aparente, es tambien muy á propósito para aclarar mas los puntos precedentes.

Si se considera que el vidrio objetivo trasporta el objeto E *e* á F *f*, y que el vidrio ocular lo trasporta de F *f* a G *g*, estando esta imágen G *g* muy apartada del objeto inmediato de la vista, debe verse con distincion, pues que para ver asi se requiere esta gran distancia: lo que era el primer punto.

En cuanto al segundo, es evidente que viéndose por el anteojo la imagen G *g* en lu-

gar del verdadero objeto E *e*, estará inversa. Ademas, el ojo colocado en O ve dicha imágen bajo el ángulo G O *g* ó B O *n*, cuando á simple vista se veria el objeto E *e* bajo el ángulo E A *e*, luego el anteojo aumenta tantas veces, cuantas el ángulo B O *n* es mayor que el ángulo E A *e*. Y como la línea *n* O es paralela á B *f*; el ángulo B O *n* será igual al ángulo F B *f*, y el ángulo E A *e*, es igual á su opuesto al vértice F A *f*; y por tanto debe juzgarse del aumento por la relacion entre los ángulos F B *f* y F A *f*; y como estos ángulos estan en la misma razon que las líneas A F y B F, se expresará el aumento por la razon entre estas dos distancias. Aqui tiene V. A. una prueba de que los elementos de geometría sirven para indagaciones de diferente naturaleza, lo que V. A. conocerá con bastante satisfaccion. = A 23 de Febrero de 1762.

++++++++++++++++++++++++++++++++++++

CARTA 210.

Determinacion del aumento de un anteojo astronómico, y construccion de anteojos que aumenten un número de veces dado.

V. A. conocerá ya no solamente cuantas veces aumenta un anteojo cualquiera, sino tambien el modo de construir los anteojos para que aumenten las veces que se quiera. En el primer caso se mide la distancia focal del vidrio objetivo, y la del ocular, y se ve cuántas veces la una contiene á la otra, lo que se encuentra por medio de la division, y el cuociente señala el aumento.

Si tenemos pues un anteojo en que la distancia focal del objetivo sea de dos pies, y la del ocular una pulgada, es menester ver cuántas veces una pulgada se contiene en dos pies. Es sabido que un pie contiene doce pulgadas, y dos pies veinte y cuatro, que se han de dividir por uno. De consiguiente el cuociente es veinte y cuatro, y este es el numero de veces que aumenta el anteojo propuesto: quiero decir que este nos representa los objetos como si fuesen veinte y

cuatro veces mayores que son; ó lo que es lo mismo, se verán por el anteojo bajo un ángulo veinte y cuatro veces mayor que á simple vista.

Consideremos otro anteojo astronómico, en que la distancia focal del vidrio objetivo sea de 32 pies, y la del ocular de 3 pulgadas: y V.A. verá que estos dos vidrios deben estar a la distancia de 32 pies y 3 pulgadas uno de otro; pues ya se sabe que en todos estos anteojos, la distancia entre los vidrios es igual á la suma de sus distancias focales, como está manifestado en mi carta precedente.

Para hallar ahora el número de veces que este anteojo aumenta los objetos, se han de dividir 32 pies por 3 pulgadas. Cada pie tiene 12 pulgadas; y los 32 pies son 384 pulgadas que divididas por 3, el cuociente es 128. El anteojo aumenta pues 128 veces, lo que es de consideracion.

Al contrario, si se quiere construir un anteojo que aumente cierto número de veces determinado, por ejemplo, 100 veces, se habran de poner dos vidrios convexos, cuyas distancias focales sean tales que la del uno sea 100 veces mayor que la del otro, el uno será el objetivo, y el otro el ocular. Despues se han de colocar estos dos vidrios de modo que esten en un mismo eje, y á la distancia de la suma de las dos distancias focales; ó bien se les coloca en un tubo de es-

te mismo largo, y entonces el ojo puesto despues del ocular á la distancia de su foco verá los objetos 100 veces mayor.

Esta condicion se podrá pues cumplir de una infinidad de maneras diferentes, tomando un vidrio ocular cualquiera, y poniendo un objetivo, cuya dis.ancia focal sea 100 veces mayor. Tomando pues el ocular de 1 pulgada de foco, el objetivo tendrá 100 pulgadas de foco; y la distancia entre los dos vidrios será 101 pulgadas. Si el ocular tiene 2 pulgadas de foco, el objetibo deberá tener el suyo á 200 pulgadas; y la distancia entre los dos vidrios será de 202 pulgadas. Si se tomase un ocular cuya distancia focal fuese 3 pulgadas, la del objetivo deberia ser de 300 pulgadas; y la distancia entre los vidrios 303 pulgadas. Si la distancia focal del ocular fuese de 4 pulgadas la del objetivo deberia ser de 400 pulgadas, y la distancia entre los vidrios 404 pulgados, y asi en adelante; de manera que mientras mayor sea la distancia focal del ocular, mas largo resulta el anteojo. Al contrario si la distancia focal del ocular fuese de media pulgada, la del objetivo deberia ser de 100 medias pulgadas ó 50 pulgadas, que es algo mas de 4 pies. Si la distancia focal del ocular fuese de un cuarto de pulgada, la del objetivo seria de 25 pulgadas, y la distancia entre los dos vidrios de 25 $\frac{1}{4}$ pulgadas, que es algo mas de 2 pies.

Tenemos pues muchos modos de producir el aumento de 100 veces, y si quedase la eleccion á nuestro arbitrio, V.A. no titubearia en dar la preferencia al último, porque no teniendo el anteojo mas de dos pies, es mucho mas cómodo manejarlo que otro mas largo.

Nadie en efecto dejaria de preferir los anteojos mas cortos, si fuesen las mismas todas las circunstancias, y se representasen los objetos con igual perfeccion; pero aunque de todas maneras se produzca el mismo aumento, la representacion no es igualmente clara y despejada. El anteojo de 2 pies, aumenta sin duda 100 veces como los otros; pero los objetos aparecen oscuros, mal terminados y confusos. El anteojo anterior, en que la distancia focal del objetivo es de 50 pulgadas, es menos defectuoso; pero todavía está sujeto á mucha oscuridad y confusion; y estos defectos van disminuyéndose al paso que los objetivos tienen mayor distancia focal, como en el caso de tener 300 pulgadas y el ocular 3 pulgadas. Aumentando estas medidas, los objetos se ven mas claros y distintos, de manera que por esta razon los anteojos largos son preferibles á los cortos, aunque el manejarlos sea incómodo. Esta circunstancia me da motivo para explicar á V. A. dos articulos muy esenciales de la teoría de los anteojos: el uno es acerca de la *claridad* o el grado de luz con que se ven los

objetos; y el otro la *distincion* con que se representan. Sin estas dos cualidades, todo aumento de los objetos por grande que sea no nos trae ninguna ventaja. = A 27 de Febrero de 1762.

CARTA 211.

Del grado de claridad.

Para juzgar del grado de claridad con que los anteojos nos representan los objetos, me serviré de los mismos principios que expliqué, tratando este mismo punto en los microscopios.

En esta investigacion no se trata del grado de luz que hay en los objetos mismos, que puede ser muy vario, ya en diferentes cuerpos que por naturaleza son mas o menos claros, ya en un mismo cuerpo en diferentes circunstancias. Unos mismos cuerpos, si estan alumbrados por el sol, tienen sin duda mas luz que cuando está nublado, y casi ninguna por la noche: varios cuerpos alumbrados por una misma luz, pueden tener diferente claridad, segun sean mas ó menos vivos sus colores. Aqui no se trata de

3.ª Los rayos FM, FM al pasar por el vidrio ocular QBQ, vuelven á ser paralelos entre sí, y forman la espiga de rayos *no*, *no*, que entran en el ojo y pintan en él la imágen del punto del objeto de donde salieron.

4.ª Todo pues se reduce al ancho de esta espiga de rayos *no*, *no* que entran en el ojo; y si dicho ancho *nn* ú *oo* es igual o mayor que la abertura de la pupila, la ocuparán toda los rayos, y el ojo gozará de toda la claridad posible, ó lo que es lo mismo, aparecerá el objeto con tanta claridad como si se le mirase sin el anteojo.

5.ª Pero si esta espiga tuviese menos ancho que el tamaño de la pupila, es evidente que el objeto apareceria mas oscuro, lo cual haria muy defectuoso al anteojo. El remedio es que la espiga tenga de ancho la mitad de una línea, y aun convendrá que sea de una línea entera, por ser esta la abertura que suele tener la pupila.

6.ª Es claro que el ancho de esta espiga tiene cierta relacion con el de la primera, y esto es facil de determinar viendo las veces que el intervalo *nn* ó *mm* es mas pequeño que PP que es la abertura del vidrio objetivo. Pero estos intervalos PP y MM guardan la misma proporcion que la distancia AF á BF de que depende el aumento. Asi pues el aumento mismo nos da á conocer cuantas veces la espiga *e*P, *e*P es mas ancha que la *no*, *no* que entra en el ojo.

7.ª Debiendo ser de una línea ó á lo menos de media línea el ancho *nn* ú *oo*, deberá la abertura del vidrio objetivo PP contener tantas medias líneas cuantas indica el aumento, de manera que si el anteojo ha de aumentar 100 veces, deberá el diámetro de su vidrio objetivo tener 100 medias líneas ó 50 líneas que hacen 4 pulgadas y 2 líneas.

8.ª Se ve pues que para evitar la oscuridad, es preciso que la abertura del objetivo sea tanto mayor, cuanto mayor es el aumento. De consiguiente si el vidrio objetivo que se quiere emplear no tuviese el diámetro conveniente, el anteojo tendrá el defecto de representar oscuros los objetos.

En esto se ve que para tener mucho aumento, no sirven los objetivos pequeños, cuya distancia focal es muy corta, pues un vidrio formado por arcos de círculos pequeños no puede ser muy ancho. = A 1.º de Marzo de 1762.

CARTA 212.

Abertura de los objetivos.

Acabamos de ver que el aumento determina el tamaño del vidrio objetivo, para que se vean los objetos con claridad. Aun-

que solo hemos atendido al tamaño ó abertura del objetivo, es facil de ver que esta influye en su distancia focal, de suerte que cuanto mayor es el vidrio, mayor ha de ser dicha distancia.

La razon es evidente; porque para formar un vidrio cuya distancia focal sea por ejemplo de 2 pulgadas, deben ser sus dos caras arcos de circulo, cuyo radio sea de cerca de 2 pulgadas En la lam. 2 fig. 27 he representado dos vidrios P y Q, cuyos arcos estan descritos con un radio de 2 pulgadas. El vidrio P es de mas grueso, y asi es mayor que el vidrio Q; pero mas adelante veremos que los vidrios gruesos tienen otros inconvenientes tan grandes que no pueden servir. El vidrio Q será mas á propósito por estar formado de arcos menores del mismo circulo; y como su distancia focal es de 2 pulgadas, apenas su estenxion ó abertura podrá ser mayor de una pulgada. Aqui puede sentarse por regla general que la distancia focal de un vidrio debe siempre ser mas de dos veces mayor que el diametro de su extension *n n*, ó bien que la abertura de un vidrio debe siempre ser menor que la mitad de su distancia focal.

Habiendo pues dicho antes que para tener el aumento de 100 veces, la abertura del objetivo ha de ser mayor que 4 pulgadas, se sigue que la distancia focal debe ser mayor de 3 pulgadas, y pronto se verá que el doble

no basta, y que aun es menester aumentar la distancia focal de este vidrio á mas de 300 pulgadas. La *distincion* de la imágen lo exige así, y de esto hablaré despues, contentándome por ahora con decir que respecto de la figura geométrica del vidrio la abertura no puede ser mayor que la mitad de su distancia focal.

Detengámonos á considerar la abertura del objetivo que se requiere segun el aumento del anteojo; y en primer lugar digo: que aunque cuando el anteojo ha de aumentar 100 veces, se requiere para la claridad una abertura de 4 pulgadas, no se da mas de 3 pulgadas, por razon de que la diminucion de claridad es poco sensible. Los artistas han establecido la regla de que para aumentat 100 veces ha de ser de 3 pulgadas la abertura del objetivo, y á proporcion para aumentar mas ó menos. Asi para que un anteojo aumente 50 veces basta que la abertura del objetivo sea de $1\frac{1}{2}$ pulgadas: para aumentar 25 veces bastan $\frac{3}{4}$ de pulgadas, y asi de los demas casos.

Se ve pues que basta una pequeñísima abertura del objetivo para los casos en que el aumento ha de ser pequeño, y de consigiente la distancia focal no ha de ser muy grande. Pero si se quiere aumentar 100 veces ha de ser de 6 pulgadas la abertura del objetivo, lo que exige un gran vidrio, cuya distancia focal ha de pasar de 100 pies para que

la expresion sea distinta y bien determinada. Por eso es que para aumentar mucho se requiere que los anteojos sean larguísimos, á lo menos siguiendo el modo de disponer los vidrios que queda explicado; pues en estos tiempos se ha logrado disminuir este excesivo largo: no obstante eso, la abertura del objetivo debe seguir la regla que acabo de dar, porque de ello depende necesariamente la claridad.

Si se quiere pues hacer un anteojo que aumentase 400 veces, deberia ser la abertura del objetivo de 12 pulgadas ó un pie, aunque se lograse hacer la distancia de los focos mucho mas pequeña; y si se quisiese el aumento de 4000 veces, la abertura del objetivo deberia ser de 10 pies; y asi el vidrio seria demasiado grande, de suerte que no podemos esperar tenerlo nunca á menos que algun príncipe quisiese costear los gastos de su ejecucion, y aun dado que el artista saliese con el intento.

Este anteojo que aumentase 4000 veces nos descubriria bastantes maravillas en el cielo. La luna apareceria 4000 veces mayor que la vemos á simple vista; o la veríamos como si estuviese 4000 veces mas cerca que lo que está. Examinemos hasta qué grado distinguiríamos los cuerpos que se hallan en ella. La distancia de la luna es de unas 57450 leguas de 8000 varas cada una, y por medio del anteojo la veríamos 4000 veces mas cer-

ca, esto es, como si estuviésemos á unas 14 leguas distante de ella, y por consiguiente distinguiriamos en ella las mismas cosas que distinguimos en los objetos que vemos á esta distancia. Desde lo alto de un monte vemos bien otros montes que distan mas de 14 leguas; y por tanto no hay duda en que descubririamos en la superficie de la luna muchas cosas que no conocemos. Esta distancia de 14 leguas es todavia demasiado grande para poder decidir por medio del anteojo si la luna tiene habitantes. Para este efecto se necesitaba que el anteojo aumentase 10 veces mas, esto es 40.000 veces; en cuyo caso el objetivo deberia tener 100 pies de abertura; cosa que la industria de los hombres no ejecutará jamas. Pero con un anteojo semejante veríamos la luna como si estuviese á legua y media de nosotros; y unos buenos ojos podrian ver los habitantes, si los hay en ella, bien que no con la distincion necesaria para quedar bien asegurados. (1)

Como aqui solo se trata de deseos, el mio es el tener un anteojo que aumentase 100.000 veces: la abertura del objetivo deberia ser

(1) Lo que aqui se dice debe considerarse como condicional ó como hipótesis, si se quiere decir que los habitantes de la luna (si los hay) sean de la especie humana, pues no ignoraba Euler que en tal caso no serian hijos de Adan, ni habrian sido redimidos con la sangre de Jesucristo. Respecto de la existencia de otros habitantes es preciso confesar que las razones con que se intenta persuadirla estan muy lejos de ser demostrativas.

de 250 pies, veríamos la luna como si estuviese á poco mas de media legua, lo que bastaba para ver en ella los cuerpos de cierto tamaño, que á igual distancia distinguimos sobre la tierra. = A 6 de Marzo de 1762.

CARTA 213.

Del defecto de limpieza en la representacion.

Entre las cualidades del anteojo, la distincion de la expresion es artículo tan importante, que parece mas digno de atencion que todos los demas de que se ha tratado. En efecto todos convienen en que el anteojo que no representa distintamente las imágenes de los objetos, es sumamente defectuoso. Voy pues á explicar las causas de esta falta de distincion, á fin de que siendo conocidas se pueda pensar en algun modo de remediar este defecto.

Estas causas nos parecen ahora muy ocultas, por cuanto no descubrimos su orígen en los principios que llevamos sentados; pero ya es tiempo de decir que uno de los principios de que me he valido no es rigu-

rosamente verdadero, no obstante que se aparta muy poco de la verdad.

V. A. se acordara de que he sentado por principio que un vidrio convexo reune en un punto de la imágen todos los rayos que salen de un punto del objeto. Si esto fuese exacto, las imàgenes representadas por los vidrios estarian tan distintas y bien terminadas como el objeto mismo, sin que resultase ningun defecto por esta parte.

El defecto de este principio consiste en que los vidrios no tienen esta propiedad que yo les he supuesto, sino cerca del medio de ellos: los rayos que pasan por los bordes se reunen en otro punto diferente del punto donde concurren los que pasan por el medio, aunque todos vienen del mismo punto del objeto, y de esto resultan dos imágenes diferentes que alteran la distincion, ó hacen confusa la imágen.

Para entender esto, consideremos el vidrio convexo P P (estampa 1, fig. 28) en cuyo eje se halla el objeto E e, cuyo punto E, situado en el eje, envia los rayos E N, E M, E A, E M, E N á la superficie del vidrio. Paremos ahora la atencion en la direccion que siguen estos rayos, despues de la refraccion.

1.º El rayo E A, que pasa por el medio A del vidrio, no padece refraccion, y continúa la misma direccion en la linea A B F.

2.º Los rayos E M, E M muy cercanos

al primero, padecen muy poca refraccion, y de resultas se reunen en un punto F del eje donde está el lugar de la imágen. De este punto es del que he hablado en lo que queda espuesto sobre esta materia.

3.º Los rayos E N y E N, que estan mas distantes del eje E A, y que pasan cerca de los bordes N N del vidrio, padecen otra refraccion diferente que les hace reunirse, no en el punto F sino en otro punto G mas cerca del vidrio, de lo que resulta otra imágen G g, diferente de la primera F *f*.

4.º Es necesario tener presente esta circunstancia particular á que no he atendido antes; esto es, que los rayos que pasan hácia el borde de los vidrios, representan otra imágen G *g* diferente de la que forman los rayos que pasan por el medio M A M.

5.º Si los rayos E N, E N se apartasen todavia mas del medio A, y pasasen por los extremos mismos P P del vidrio, la reunion se haria aun mas cerca del vidrio, y se formaria una imágen mas cerca del vidrio que la G g.

6.º Se ve pues que la primera imágen F *f*, que se llama la principal, se forma por los rayos que únicamente estan sumamente cerca del medio A; y que al paso que van estando mas apartados los rayos, se van formando otras imagenes particulares mas cerca del vidrio, hasta que los que pasan por los bordes forman la última G *g*.

7.° Luego todos los rayos que pasan por el vidrio PP, representan una infinidad de imágenes, dispuestas entre Ff y Gg, de suerte que el espacio de F á G está lleno de una fila de imágenes.

8.° A esta fila de imágenes llaman la *difusion* de la imágen (a), y luego que todos estos rayos entran en el ojo, es muy claro que la vision se turbará tanto mas cuanto mayor sea el espacio F G en que la imágen está como esparcida. Si dicho espacio F G se redujese á un punto, no habriá entónces difusion, y la vision seria distinta.

9.° El espacio de difusion F G es tanto mayor, cuanto los arcos P A P y P B P son mayores partes del mismo círculo; y aquí ve V. A. la razon de lo que dije en otra parte, esto es, que no sirven para los anteojos los vidrios muy gruesos, en los cuales los arcos que forman las caras del vidrio son partes muy grandes de los círculos. El vidrio representado en la fig. 29, estampa 1, está formado con arcos P A P, P B P de 90 grados, ó de la cuarta parte de la circunferencia, lo que producirá insoportable confusion.

10. Los arcos que forman las caras del vidrio, deben pues ser mucho menores de 90 grados: si son de 60 grados todavia es considerable la difusion de la imágen. Los autores que han escrito sobre esta materia, no ad-

(a) A este fenomeno llaman otros *aberracion* de los rayos de luz.

miten sino 30 grados á lo mas, y algunos solamente 20 grados. Un vidrio semejante se ve en la fig. 30, estampa 1, cuyos arcos PAP y PBP son de 20 grados ó la decimaoctava parte de la circunferencia entera.

11. Si este vidrio hubiera de servir de objetivo en un anteojo, era menester que los arcos PAP y PBP fuesen todavia de menor número de grados; porque el aumento que produce el anteojo, multiplica otras tantas veces la difusion de la imágen. Asi pues cuanto mas aumenta el anteojo, menor ha de ser el número de grados de los arcos que forman este vidrio.

12. Dije antes que cuando el anteojo ha de aumentar 100 veces, debe ser la abertura del objetivo de 3 pulgadas, y su distancia focal de 360 pulgadas, la cual es igual al rádio de los arcos PAP y PBP; de lo que se sigue que cada uno de estos arcos no contiene mas de medio grado. A esta medida tan pequeña nos obliga la distincion de la imágen. Si el aumento hubiera de ser de 200 veces, todavia seria mucho aquel medio grado, y los arcos no deberian pasar de un tercio de grado. Al mismo tiempo este arco ha de ser de 6 pulgadas de extension; lo que manifiesta que el radio ha de ser mayor á proporcion, y de consiguiente la distancia focal. Esta es la verdadera razon de que para aumentar mucho, se necesitan anteojos de un largo considerable.=A 9 de Marzo de 1762.

CARTA 214.

Medios de disminuir el espacio de difusion.

Cuando el espacio de difusion de un vidrio objetivo es tan grande que la falta de distincion de la imágen es insoportable, es muy facil remediarlo poniendo al vidrio un círculo de carton con un agugero en el medio, de suerte que no den mas rayos en el vidrio que los que pasan por este agugero, quedando excluidos los que antes pasaban por los bordes. No pasando entonces los rayos sino hácia el medio del vidrio, el espacio de difusion será tanto mas pequeño, cuanto menor sea el agugero; y de consiguiente achicando el agugero se tendrá el espacio de difusion tan pequeño como se quiera. Entonces es lo mismo que si el vidrio no fuese mayor que el agugero, quedando inútil la parte cubierta por el carton, y siendo el agugero el que determina la abertura del vidrio. Este remedio se emplea para dar á los vidrios objetivos la abertura que se juzga conveniente.

En la figura 31 (estampa 1), PP es el vi-

drio objetivo, y delante está el carton NN con el agugero MM que es la abertura del vidrio. Esta es casi la mitad de lo que seria si se quitase el carton, de suerte que el espacio de difusion es mucho mas pequeño pues solo es la cuarta parte del anterior. Si el agugero MM fuese la tercera parte de PP, el espacio de difusion seria nueve veces mas pequeño. Por tanto el efecto de este remedio es de mucha consideracion, pues se hace muy sensible por poco que se cubran los bordes del vidrio.

Si hay pues un anteojo con el defecto de que los objetos no aparezcan con bastante distincion, pues una fila de imágenes que todas se confunden, debe producir confusion; el remedio es poner un carton semejante que haga menor la abertura del objetivo, con lo que desaparecera la confusion. Pero entonces se cae en otro inconveniente, y es el de disminuirse el grado de claridad. V. A. se acordará de que segun el aumento ó amplificacion de los objetos, asi se necesita la abertura del objetivo para que entre la cantidad de rayos que es menester para que la claridad sea suficiente. Asi pues remediando un defecto se cae en otro, y es absolutamente necesario que el anteojo dé bastante claridad, sin perjudicar a la distincion de los objetos.

¿No habrá algun medio de disminuir y aun de reducir á nada el espacio de difusion

de los vidrios objetivos, sin estrechar su abertura? Tal es la importante cuestion en que se trabaja hace algun tiempo, y cuya solucion nos promete los mayores progresos en la Dióptrica. Voy pues á decir algo de los medios que han imaginado los sabios para conseguirlo.

Como el foco de los rayos que pasan por el medio de un vidrio convexo esta mas distante del vidrio que el foco de los rayos que pasan hácia los bordes, y como los vidrios cóncavos producen efecto contrario, se ha buscado si era posible combinar un vidrio convexo con otro cóncavo, de manera que desapareciese el espacio de difusion, y que ademas este vidrio compuesto produjese el mismo efecto que un vidrio simple. V. A. sabe que la distancia focal de los vidrios cóncavos se mide igualmente que la de los convexos, con la diferencia de que el foco de los primeros es imaginario, y cae delante del vidrio, en lugar que el de los segundos es real y cae al otro lado del vidrio. Esto sentado, se raciocina del modo siguiente.

1.º Si se coloca (estámpa 1, fig. 32) detras de un vidrio convexo PAP, un vidrio cóncavo QBQ de igual distancia focal, los rayos que el vidrio convexo reune, se refrargen en el concavo, de suerte que salen paralelos entre sí, como lo eran antes de pasar por el vidrio convexo.

2.º En este caso el vidrio cóncavo des-

truye el efecto del convexo, y sucede lo mismo que si los rayos continuaran su camino sin experimentar ninguna refraccion; porque teniendo su foco el vidrio concavo en el mismo punto F que el convexo, restablece el paralelismo de los rayos, que sin eso concurririan en dicho punto F.

3.º Si la distancia focal del vidrio cóncavo fuese mas pequeña que la del convexo, produciria mayor efecto, haciendo los rayos divergentes como en la fig. 33, estampa 1, en que los rayos incidentes paralelos LM, EA, LM pasando por los dos vidrios, siguen por NO, BF, NO que son divergentes entre sí. Estos dos vidrios juntos producen pues el mismo efecto que un vidrio cóncavo solo que diese á los rayos la misma divergencia. Asi pues estos dos vidrios son equivalentes á un solo vidrio cóncavo.

4.º Pero si el vidrio concavo (estampa 1, fig. 34) tiene mayor distancia focal que el vidrio convexo PP, no puede hacer paralelos entre sí los rayos que el vidrio convexo reuniria en su foco F. Los rayos quedan pues convergentes, pero su convergencia será disminuida por el vidrio cóncavo, de manera que los rayos en lugar de reunirse en F, concurrirán en un punto O mas distante.

5.º Estos dos vidrios juntos producirán pues el mismo efecto que un solo vidrio convexo que tuviese su foco en O, pues

reunirá igualmente en el punto O los rayos paralelos LM, E A, L M. Es pues claro ser posible el combinar de una infinidad de modos dos vidrios, el uno convexo y el otro cóncavo, de suerte que su combinacion sea equivalente á un vidrio convexo dado.

6.º Semejante vidrio objetivo doble podrá pues servir en los anteojos en lugar del vidrio simple á que equivale, y el efecto, en cuanto al aumento, será enteramente el mismo. Pero el espacio de difusion será enteramente diferente, y será mayor ó menor que el de un objetivo simple, en cuyo último caso el objetivo doble deberá preferirse al simple.

7.º Hay mas: es posible combinar dos vidrios de manera que desaparezca enteramente el espacio de difusion; lo que sin duda es el caso mas ventajoso para la perfeccion de los anteojos. El cálculo nos descubre estas propiedades; pero los artistas no son todavía capaces de la ejecucion. = A 19 de Marzo de 1762.

CARTA 215.

De los objetivos compuestos.

La union de dos vidrios de que acabo de hablar forman lo que llaman objetivo compuesto. El fin es que todos los rayos, tanto los que pasan por el medio del vidrio como por los bordes, se reunan en un solo punto, de suerte que se forme sola una imágen sin la difusion que se nota en los objetivos simples. Si los artistas llegasen á construirlos, se lograrian grandes ventajas como V. A. vá á ver.

En primer lugar, es evidente que la representacion de los objetos será mucho mejor terminada, y mas distinta, pues la vision no se turba con aquella fila de imágenes que ocupan el espacio de difusion, cuando el objetivo es simple.

En segundo lugar, como este espacio de difusion es la única razon que nos obliga á dar á los objetivos simples tan gran distancia focal, para hacer insensible el mal efecto, no tendremos que valernos de este recurso incómodo si usamos de objetivos com-

puestos, y podremos hacer anteojos muchísimo mas cortos y capaces de producir igual grado de aumento.

Cuando con un vidrio objetivo simple se quiere aumentar 100 veces su distancia focal, no puede ser menor que 30 pies; y el anteojo es todavia mas largo por causa del vidrio ocular, cuya distancia focal se ha de añadir. Un objetivo menor produciria por causa de su mayor espacio de difusion una confusion insoportable. No solamente es incómodo un anteojo de 30 pies de largo, sino que los artistas logran rara vez formar vidrios de tan gran distancia focal. La razon de esto es muy clara, porque el radio de las caras debe ser de 30 pies, y es muy dificil describir exactamente el círculo, en que la menor desigualdad inutiliza el vidrio.

Estos accidentes no son de temer en la construccion de los vidrios objetivos compuestos, que pueden ser formados con círculos mas pequeños, con tal que tengan la abertura que exige el grado de aumento. Hemos visto que para aumentar 100 veces, debia ser la abertura del objetivo de 3 pulgadas. Un objetivo compuesto puede tener 100 pulgadas de distancia focal, y ser su abertura de mas de 3 pulgadas; y pues que la distancia focal del objetivo ha de ser 100 veces mas pequeña, será de una pulgada, y siendo el intervalo entre los vidrios la suma de sus distancias focales, el anteojo ten-

drá 101 pulgadas de largo, ó 8 pies 5 pulgadas que es mucho menos que 30 pies.

Me parece que un objetivo compuesto cuya distancia focal fuese de 50 pulgadas, podra todavía admitir una abertura de 3 pulgadas y aun mas: teniendo pues el ocular media pulgada de distancia focal, el anteojo aumentará igualmente 100 veces, y su largo sera la mitad del otro, esto es, 4 pies y cerca de 3 pulgadas. Este anteojo produciria pues el mismo efecto que otro comun de 30 pies; lo que sin duda es la mayor ventaja que se puede desear.

Si se lograse este objetivo compuesto, no habría mas que doblar todas las medidas, y se tendria otro que admitiese una abertura de 6 pulgadas, el cual podria servir para aumentar 200 veces, poniendo un ocular de media pulgada de foco. Un anteojo ordinario que aumenta 200 veces, tiene mas de 100 pies de largo, siendo asi que el construido con un objetivo compuesto no tiene mas que unos 8 pies, y puede usarse con comodidad en lugar del otro de 100 pies que es un mueble casi inútil.

Aun podemos ir mas adelante, y doblar las medidas para tener un objetivo compuesto cuya distancia focal fuese de 200 pulgadas ó 16 pies y 8 pulgadas que admitiese una abertura de 12 pulgadas: tomando un ocular de media pulgada de foco, se tendria un anteojo que aumentase 400 veces, y que seria mane-

gable pues no tendria 17 pies de largo; cuando si para producir el mismo aumento se emplease un objetivo simple, el anteojo tendria mas de 300 pies de largo, y seguramente no serviria para nada por causa de su excesiva longitud.

En París hay un anteojo de 120 pies de largo, y en Londres otro de 130 pies, pero la dificultad de montarlos y apuntarlos desvanecen las ventajas que se esperaban. De esto inferirá V. A. la importancia de que se lograse construir los objetivos compuestos de que acabo de hablar. Hace muchos años que yo di las primeras ideas, y desde entonces trabajan en ello los mas habiles artistas de Inglaterra y Francia. La cosa pide muchos ensayos, y mucha destreza por parte del operario; y aunque yo valiéndome del maquinista de nuestra academia, he logrado algunas pruebas felices, he tenido que abandonar la empresa por causa de los muchos gastos que requeria.

La sociedad de ciencias de Londre publicó el año pasado que un artista muy hábil de Londres, llamado *Dollon* habia conseguido el fin deseado, y ahora se admiran sus anteojos en todas partes. Otro artista hábil de París, se alaba del mismo éxito. Ambos me honraban en otro tiempo con su correspondencia sobre esta materia; pero como principalmente se trataba de vencer grandes ostáculos de práctica, en lo que yo nada

entiendo, es muy justo que yo les deje la gloria del descubrimiento. La parte teórica es lo único que me pertenece, y la que me ha costado indagaciones muy profundas, y cálculos penosos, que solo de verlos se espantaria V. A. por lo que no debo extenderme sobre esta materia escabrosa. = A 16 de Marzo de 1762.



CARTA 216.

Formacion de los objetivos simples.

Para dar á V. A. alguna idea de las investigaciones que me han guiado á la construccion de los objetivos compuestos, empezaré por la formacion de los vidrios simples.

Observemos lo primero que las dos caras de un vidrio pueden ser formadas de una infinidad de maneras diferentes, tomando los círculos de que son parte las caras, ó iguales ó desiguales entre sí, pero siempre de modo que la distancia focal sea la misma.

De ordinario se da la misma figura á ambas caras del vidrio, o bien los rádios de los círculos de ellas son iguales en ambas. La

comodidad en la ejecucion ha sin duda recomendado esta figura, porque el mismo platillo puede servir para formar una y otra cara, y la mayor parte de los operarios estan provistos con poco número de platillos.

Supongamos pues un vidrio convexo, cuyas dos caras esten trabajadas en un mismo platillo de 24 pulgadas de radio, de suerte que cada cara sea un arco de círculo cuyo radio tenga 24 pulgadas. Este vidrio será convexo por ambas caras, y tendrá su foco á la distancia de 24 pulgadas segun se estima por lo comun; pero como el foco depende de la refraccion, y esta no es absolutamente la misma en toda especie de vidrios, en lo cual hay mucha diferencia, segun el vidrio es mas ó menos blanco y duro, no es rigorosa esta estimacion de la distancia focal, y de ordinario es algo menor ya un decimo ya un dozavo que el radio de sus caras. Asi el vidrio de que se trata, y cuyas caras tienen el radio de 24 pulgadas, tendrá su foco á unas 22 pulgadas si es del mismo género de vidrio de que se hacen los espejos, no obstante que aun se encuentra en ellos alguna diferencia en la refraccion.

Si se hacen desiguales las dos caras del vidrio se podran formar una infinidad de vidrios que todos tengan la misma distancia focal: porque tomando el radio de una cara mas pequeño que 24 pulgadas, se tomará el otro mayor segun cierta proporcion. Se

puede siempre tomar el radio de una cara á arbitrio, y por medio de cierta regla se halla el radio que debe tener la otra para que la distancia focal sea la misma que si ambas caras tuviesen 24 pulgadas de radio. La tabla siguiente ofrece algunos vidrios semejantes que todos tienen la misma distancia focal.

Radios de la 1.ª cara.	*Radios de la 2.ª cara.*
24.	24.
21.	28.
20.	30.
18.	36.
16.	48.
15.	60.
14.	84.
13.	156.
12.	Infinito.

En la última forma el radio de una cara es solo de 12 pulgadas ó de la mitad de 24 pulgadas, y el de la otra cara es infinito, ó mas bien dicha cara es un arco de un círculo infinitamente grande; y como este arco no se diferencia de una línea recta, la cara será plana, y el vidrio plano-convexo.

Si quisiésemos que el radio de la primera cara fuese mas pequeño que 12 pulgadas la otra cara deberá ser cóncava, y el vidrio convexo concavo; en cuyo caso tendrá el nombre de menisco. He aqui varias de sus formas.

Radios de la cara convexa.	*Radios de la cara cóncava.*
11.	132.
10.	60.
9.	36.
8.	24.
6.	12.
4.	6.
3.	4.

Tenemos pues en todo diez y seis especies de vidrios que todos tienen su foco á una misma distancia, que será de unas 22 pulgadas poco mas ó menos, segun la naturaleza del vidrio.

Si pues solo se trata de la distancia focal que debe tener el vidrio, es indiferente darle cualquiera de estas formas; pero hay gran diferencia en el espacio de difusion de cada especie de ellos, el cual es menor en unos que en otros. Cuando se quiere emplear un vidrio objetivo simple como de ordinario, no es indiferente una ú otra figura, sino que se debe preferir la que produce el menor espacio de difusion. Esta propiedad no conviene á la primera especie en que las dos caras son iguales, sino á la séptima especie que tiene la propiedad de que cuando su cara mas convexa esta del lado del objeto, el espacio de difusion es cerca de una mitad mas pequeño que

cuando el vidrio es igualmente convexo por ambos lados. Esta es pues la figura mas ventagosa para los vidrios objetivos simples, en lo que estan de acuerdo los prácticos.

Es pues claro que para juzgar del espacio de difusion de un vidrio no basta conocer su distancia focal, sino conocer su especie, esto es los radios de cada cara, y distinguir cual de ellas está vuelta hácia el objeto.

En vista de esto, para hallar la combinacion de dos vidrios que no produzcan ninguna difusion de la imágen, es necesario atender á la figura de las dos caras de cada vidrio, y á que hay que resolver este problema: *¿cuales deben ser los radios de las dos caras de cada vidrio para que el espacio de difusion sea nulo?* La solucion pide indagaciones muy profundas de la mas sublime geometría; y despues de conseguida, el artista tiene muchas dificultades que vencer: es menester que dé á los platillos exactamente la misma curvatura que ha enseñado el cálculo, y esto no es todavia suficiente; porque mientras se trabaja el vidrio sobre el platillo, para darle la figura, el platillo mismo se altera, y hay que rectificar su figura de cuando en cuando con la mayor exactitud, de suerte que en no tomando todas estas precauciones, no hay que esperar buen éxito; y asi es muy dificil evitar que el vidrio saque una figura algo diferente de la del platillo; por donde conocerá V.A. la gran dificultad de perfeccionar es-

te importante artículo de la dióptrica. =
A 20 de Marzo de 1762.

CARTA 217.

Otra causa de la falta de limpieza en la representacion de los objetos. Diferente refrangibilidad de los rayos.

Acaba de ver V. A. el modo de remediar el inconveniente de los rayos que pasando por los bordes de un vidrio no se reunen en el mismo punto que los que pasan por el medio, de lo que resulta una infinidad de imágenes dispersas en el espacio de difusion. No es único este inconveniente pues hay otro tanto mas grave, cuanto la causa nó se halla en el vidrio sino en la naturaleza misma de los rayos.

V. A. se acordará de la variedad que reina en los rayos, respecto de los diversos colores que en ellos percibimos. Yo he comparado esta diversidad á la que se encuentra en los tonos, sentando por principio que cada color depende de cierto numero de vibraciones. Aun cuando no se admita esta explicacion, siempre es muy cierto que los

rayos de diversos colores padecen diferente refraccion al pasar de un medio trasparente á otro: los rayos rojos padecen la menor refraccion, y los violáceos la mayor, aunque la diferencia sea casi imperceptible: todos los demas colores, como naranjado, amarillo, verde y azul estan contenidos en cuanto á la refraccion entre estos límites. Tambien es de advertir que el blanco es una mezcla de todos estos colores, que por la refraccion se separan unos de otros.

En efecto, si cae un rayo blanco OP ó un rayo de sol (estampa 1. fig. 35) oblicuamente sobre un pedazo de vidrio ABCD, en lugar de seguir la direccion PQ no solamente se aparta de ella, sino que se divide en varios rayos Pr, Ps, Pt, Pv, de los que el primero Pr representa el color rojo, y el último Pv que es el mas desviado el color violaceo. La dispersion rv es mucho mas pequeña que se representa en la figura; pero la divergencia va siendo cada vez mas sensible.

De esta diferente refrangibilidad de los rayos, segun sus diversos colores nacen los fenómenos siguientes respecto de los vidrios dióptricos.

1.º Sea PP (estampa 1 fig. 36) un vidrio convexo, en cuyo eje OR á una gran distancia AO se halla el objeto Oo, del cual se trata de determinar la imágen representada por el vidrio, haciendo abstraccion de

la primera irregularidad nacida de la difusion, ó lo que es lo mismo, considerando solamente los rayos que pasan por el medio del vidrio AB, como si sus bordes estuviesen cubiertos con un carton.

2.º Supongamos ahora que el objeto Oo sea rojo, de suerte que todos sus rayos sean de igual naturaleza: el vidrio represantará la imágen R*r* tambien roja. El punto R se llama el foco de los rayos rojos, ó de los que padecen la menor refraccion.

3.º Pero si el objeto O*o* es violáceo, como los rayos, de este color padecen la mayor refraccion, la imágen V*v* estará mas cerca del vidrio que la anterior R*r*. Este punto V se llama el foco de los rayos violáceos.

4.º Si el objeto está teñido de otro color medio entre el rojo y el violáceo, la imágen caerá entre *R* y V, será distinta, y estará terminada por la recta *o*B, tirada del extremo *o* del objetivo por el medio del vidrio, cuya regla es general para todos los colores.

5.º Pero si el color del objeto no es puro, como sucede en casi todos los cuerpos, ó es blanco el objeto O*o* que es una mezcla de todos los colores, entonces la refraccion separa estas diversas especies de rayos, y cada una representará una imagen separada. La formada por los rayos rojos se hallará en R*r*; la que lo es por los rayos violáceos en V*v*; y todo el espacio R V estará lleno de las imágenes de los colores medios,

6.º El vidrio P P representará pues una infinidad de imágenes del objeto dispuestas en el pequeño espacio R V, y la mas distante R *r* del vidrio será roja, y la mas cercana V *v* violácea, siendo las demas de los colores medios, segun el órden de colores que vemos en el arco Iris.

7.º Cada imágen de estas separadamente será distinta, y todas estarán terminadas por la línea recta *o* B *v r* tirada desde el extremo *o* del objeto por el medio B del vidrio; pero no se podran ver todas juntas sin bastante confusion.

8.º De aqui nace pues otro espacio de difusion como en la primera irregularidad ó aberracion, pero diferente en ser independiente de la abertura del vidrio, y en estar cada imágen teñida de un color particular.

9.º Esta especie de difusion R V depende de la distancia focal del vidrio, de suerte que siempre es cerca de la vigésima octava parte de ella. Cuando pues la distancia focal del vidrio P P es de 28 pies, el espacio R V es de un pie, de manera que la imágen roja R *r* dista un pie de la violácea V *v*. Si la distancia focal fuese doble ó de 56 pies, el espacio R V seria de 2 pies; y así de los demas.

10. Se ve aqui la incertidumbre en fijar la distancia focal de un vidrio, pues los rayos de cada color tienen su foco separado; y cuando se habla del foco de un vidrio se

deberia explicar de cual color se habla; pero regularmente se entiende que es de los rayos de un color medio entre el rojo y el violáceo, cuales son los verdes.

11. Cuando se dice pues sin añadir otra cosa, que la distancia focal de tal vidrio es de 56 pies, se debe entender que la imágen verde es la que se halla á esta distancia: la imágen roja caerá cerca de un pie mas lejos, y la violácea un pie mas cerca del vidrio.

He aqui una nueva circunstancia y muy esencial, á que es menester atender en los instrumentos dióptricos. =A 23 de Marzo de 1762.

CARTA 218.

Medio de remediar este defecto, usando de objetivos compuestos.

Esta nueva difusion ó multiplicacion de la imágen que procede de la diversa refrangibilidad de los rayos segun son de diferente color, se debe distinguir muy bien de la otra que proviene de la abertura del vidrio, y de que los rayos que pasan por los bordes no forman la misma imágen que los

que pasan por el medio. Este nuevo inconveniente pide remedio diferente del primero.

En cuanto al primer inconveniente ha visto V. A. que he propuesto dos medios: el uno consiste en alargar la distancia focal para disminuir la curvatura de las caras del vidrio: este remedio nos obliga á hacer los anteojos sumamente largos, cuando se quiere que aumenten mucho. El otro requiere la combinacion de dos vidrios, el uno convexo, y el otro concavo para modificar la refraccion, de manera que todos los rayos transmitidos por estos vidrios se reunan en un mismo punto, y se desvanezca el espacio de difusion.

Pero ninguno de estos remedios sirve de nada para el inconveniente causado por la diferente refrangibilidad de los rayos. El primero produce efecto contrario á lo que se desea, pues cuanto mas se aumenta la distancia focal del vidrio, mas crece el espacio en que estan dispersas las imágenes coloreadas. La combinacion de dos ó mas vidrios, tampoco nos da ningun auxilio, y la experiencia, y la teoría han manifestado que las imágenes de diferentes colores permanecen siempre separadas sea cual fuere el número de vidrios que atraviesan los rayos; y que cuanto mas aumento ha de producir el anteojo, tanto mayor es la diferencia.

Esta circunstancia intimidó tanto al gran Newton, que desesperó de remediar este de-

fecto, creyéndolo absolutamente insepara-ble de los instrumentos dióptricos, en que la vision se hace por rayos refractos. Por eso se resolvió á renunciar enteramente á la refraccion y emplear espejos en lugar de vidrios objetivos, pues la reflexion es siempre la misma en cualesquiera rayos. Esta idea nos ha procurado aquellos excelentes telescopios de reflexion, en que se admiran los efectos maravillosos, y de que hablaré en otro lugar, luego que haya referido todo lo concerniente á los instrumentos de refraccion.

Luego que yo estuve convencido de que era imposible corregir la diversa refrangibilidad de los rayos, valiéndose de la combinacion de varios vidrios, advertí que la razon estaba fundada en la ley de la refraccion, que es la misma en todos los vidrios; y pensé que si se podian emplear otras materias trasparentes, cuya refraccion fuese muy diferente de la del vidrio, seria posible combinarla con la del vidrio, de suerte que todos los rayos se reuniesen formando una sola imágen sin que hubiese espacio de difusion. Siguiendo esta idea, he encontrado el medio de componer objetivos de vidrio y de agua, enteramente exentos del efecto de la diversa refrangibilidad de los rayos, y que por consiguiente deben producir tan buen efecto como los espejos.

Yo he ejecutado esta idea tomando dos meniscos ó vidrios cóncavo-convexos (es-

tampa, 1 fig. 37) uno de los cuales es AACC, y el otro BBCC que he juntado por sus caras cóncavas, llenando de agua el hueco que quedaba entre ellas. De esta suerte los rayos que entran por el vidrio AACC han de atravesar el agua contenida entre los dos vidrios, antes de salir por CC BB. Cada rayo padece pues cuatro refracciones: la primera al entrar en el vidrio AACC: la segunda al pasar de este al agua: la tercera al entrar en el otro vidrio CCBB: y la cuarta al salir de este al aire.

Como las cuatro caras de estos dos vidrios entran aqui en consideracion he hallado el medio de determinar sus radios, de manera que sea cual fuere el color del rayo de luz, se reuna en un mismo punto despues de padecer estas cuatro refracciones; y que la diversa refrangibilidad no produzca diversas imágenes.

Estos objetivos compuestos de dos vidrios y agua, salieron al principio con el defecto mencionado de que los rayos que pasan cerca de los bordes no tienen el mismo foco que los que pasan por el medio; pero despues de muy penosas indagaciones encontré el medio de proporcionar los radios de las cuatro caras, de suerte que estos objetivos compuestos estuviesen exentos de los inconvenientes de una y otra clase. Para esto era preciso ejecutar con tal exactitud todas las medidas que daba el cálculo, que la

menor discrepancia frustraba todas las ventajas esperadas; y por tanto no quise insistir sobre la construccion de estos objetivos.

Por otra parte este proyecto no remediaria mas que los incovenientes del vidrio objetivo, sin que el ocular dejase de producir un mal efecto, que no es posible remediar de la misma manera. Muchas veces se ponen varios oculares en los anteojos, como diré mas adelante, y no se ganaria mucho en poner toda la atencion en el objetivo, sin cuidar de los demas vidrios, no obstante que su efecto es de corta consideracion respecto del primero.

A pesar de lo mucho que he trabajado sobre esta materia debo confesar ingenuamente que renuncio enteramente á la construccion de los objetivos compuestos de vidrio y agua, tanto por causa de la suma dificultad de la ejecucion, como porque despues he descubierto otros medios, no de destruir el efecto de la diversa refrangibilidad de los rayos, sino de hacerla insensible; sobre lo cual hablaré á V. A. en el correo próximo. = A 27 de Marzo de 1762.

CARTA 219.

Otro medio mas practicable.

Luego que salieron los telescopios de reflexion, desacreditaron tanto los anteojos de refraccion, que era de pensar no tendrian otra suerte que el abandono general. Desde entonces se descuido su construccion en la firme persuasion de que seria inutil todo el cuidado que se pusiese en perfeccionarlos, porque el gran Newton habia demostrado, que los malos efectos de la diversa refrangibilidad de los rayos eran absolutamente inseparables de la construccion de los anteojos.

Siguiendo esta opinion, ningun anteojo pudiera representarnos los objetos, sin una confusion tanto mas insoportable cuanto mayor fuese el aumento. Sin embargo aunque se hallan anteojos sumamente defectuosos en esta parte, los hay tambien muy buenos, que en nada ceden á los telescopios de reflexion. Esto parece una paradoja; porque si el dicho defecto estuviese tan bien fundado como se pretende no deberia haber exento de él nin-

gun anteojo. Esta excepcion, de que la experiencia nos asegura, merece pues toda nuestra atencion.

Se trata pues de indagar por qué algunos anteojos representan los objetos con bastante distincion, cuando otros tienen en gran manera el defecto causado por la diferente refrangibilidad de los rayos. Yo creo haber descubierto la causa y voy á ponerla á V. A. en las reflexiones siguientes.

1.ª Es muy cierto que el vidrio objetivo representa una infinidad de imágenes de cada objeto, que todas se hallan colocadas en el espacio de difusion, y cada una está teñida de su propio color, como queda probado en mi carta anterior.

2.ª Cada una de estas imágenes es un objeto respecto del vidrio ocular, el cual representa cada una separadamente con su color propio, de suerte que el ojo descubre por el anteojo una infinidad de imágenes dispuestas en cierto órden, segun la refraccion de los vidrios.

3.ª Si en lugar de un vidrio ocular hay varios, sucederá siempre la misma cosa, y en lugar de una imágen, representará el anteojo una infinidad de ellas, ó bien una fila de imágenes, cada una de las cuales expresará el objeto, pero de un color particular.

4.ª Consideremos pues (estampa 1, fig. 38) las imágenes extremas que el anteojo ofrece

al ojo colocado en O; y sea R*r* la imágen roja y V*v* la violácea: las demas de los otros colores se hallan entre estas dos, segun el órden de su diferente refrangibilidad. En esta figura no he indicado los vidrios del anteojo, porque únicamente se trata del modo cómo el ojo ve las imágenes. Solamente hay que advertir que la distancia de ellas al ojo A es sumamente grande.

5.ª Todas estas imágenes R*r*, V*v* y las intermedias estan pues situadas en el eje ORV del anteojo, y terminadas por una línea recta *rv* que se llama la *terminadora* de todas las imágenes.

6.ª Segun yo he representado estas imágenes en la figura, la roja R*r* es vista por el ojo, bajo el ángulo RO*r*, que es mayor que el ángulo V*ov* de la imagen violácea. Los rayos violáceos que vienen de la imagen V*v* entran en el ojo, y se mezclan con los rayos rojos que vienen de la parte R*r* de la imágen roja R*r*.

7.ª Por consiguiente el ojo no podrá ver la imágen violácea sin mezcla de rayos de otros colores, pero correspondientes á diferentes puntos del mismo objeto. Asi el punto *n* de la imágen roja se confunde en el ojo con el extremo *v* de la imágen violácea, de lo que debe resultar gran confusion.

8.ª No estando mezclado con otros el rayo *ro*, el extremo del objeto parecera rojo ó tendrá la imágen como una orla roja, que

despues se va mezclando con los demas colores, de manera que el objeto parecerá terminado con los colores del iris, lo que es un defecto muy comun en los anteojos, con la diferencia de que en unos es mayor que en otros.

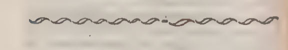
9.ª Si la mayor imágen Rr fuese la violácea, y Vv la roja, seria tambien insoportable la confusion, solo con la diferencia de que el objeto apareceria con una orla violada en lugar de roja.

10. La confusion depende pues de la posicion de la recta terminadora rv, respecto de la línea VO. Segun sea esta, asi resultará mayor o menor confusion.

11. Consideremos ahora el caso en que las imágenes extremas representadas por el anteojo estan dispuestas de tal modo, que prolongada la línea terminadora vr pase precisamente por el ojo. Entonces el ojo verá (estampa 2, fig. 39) por un solo rayo vr O todos los extremos de las imágenes; y en general todos los puntos correspondientes á un mismo punto del objeto serán representados en el ojo por un solo rayo, y por consiguiente aparecerán con distincion.

12. Tal es el caso en que puede suceder que no obstante la diversidad de las imágenes, el ojo vea el objeto distintamente sin que se confundan diversas partes como sucedia en el anterior. Esta ventaja se logrà pues cuando la línea terminadora vr prolongada, pasa por el lugar del ojo O.

13. Como la disposicion de las imágenes extrèmas Rr y Vv depende de la disposicion de los vidrios oculares, solo se trata para que los anteojos esten libres del defecto mencionado, de colocar estos vidrios de modo que la línea terminadora *v r* de las imágenes extremas pase por el ojo; y los anteojos en que esto se verifique, serán excelentes = A 30 de Marzo de 1762.



CARTA 220.

Recapitulacion de las cualidades de un buen anteojo.

Considerando ahora lo que llevo dicho hasta aqui, V. A. convendrá en que es cosa muy rara y muy preciosa un anteojo excelente sin ningun defecto; visto que se necesita atender á tantas circunstancias, cada una de las cuales influye esencialmente en la bondad de su construccion. Siendo varias las buenas cualidades de un anteojo, voy á presentarlas en resumen á V. A. á fin de que ninguna se nos olvide.

1.ª La primera cualidad es el grado de

aumento, y cuanto mas aumenta los objetos el anteojo, tanto mas perfecto es, con tal que tenga al mismo tiempo las demas buenas cualidades. Júzgase del aumento por el número de veces que el diámetro de los objetos parece mayor que á simple vista: lo que en los anteojos de dos vidrios se verifica de modo que el aumento es tantas veces mayor, cuantas la distancia focal del vidrio objetivo excede á la del ocular. En la de los anteojos de muchos vidrios no es tan facil juzgar este punto.

2.ª La claridad es la segunda cualidad de un anteojo. Cuando representa los objetos oscuramente, y como entre niebla, el anteojo es muy defectuoso. Para evitar este inconveniente, es menester que el vidrio objetivo tenga suficiente abertura, la cual se arregla por el grado de aumento. Los artistas han determinado que para un aumento de 300 veces, ha de ser de 3 pulgadas el diámetro de la abertura, y á proporcion para los demas grados de aumento. Cuando los objetos no son muy luminosos por sí mismos, conviene dar mayor abertura al objetivo.

3.ª La tercera cualidad consiste en la distincion o limpieza de la representacion. Para esto es menester que los rayos que pasan por el borde del objetivo, se reunan en el mismo punto que los que pasan por el medio, ó que á lo menos la aberracion no sea sensible. Cuando el objetivo es simple, su

distancia focal ha de pasar de cierto límite que tiene relacion con el grado de aumento. Asi cuando este ha de ser de 100 veces, es preciso que la distancia focal del objetivo sea á lo menos de 30 pies; de suerte que la distincion nos pone en la necesidad de hacer los anteojos tan largos cuando se quiere mucho aumento. Para evitar este inconveniente servirán los objetivos compuestos de dos vidrios; y si los artistas lograsen construirlos, se podrian acortar mucho los anteojos siendo el mismo el grado de aumento. En esta parte V. A. recordará lo que he dicho antes bien latamente.

4.ª La cuarta cualidad toca tambien á la distincion ó pureza de la representacion, en cuanto es turbada por la diversa refrangibilidad de los rayos de diferentes colores. Yo he manifestado la posibilidad, y el modo de remediar este inconveniente; y siendo imposible que las imágenes formadas por los diferentes rayos se reunan en una sola, se trata de disponer los vidrios del modo que he explicado en mi carta anterior, esto es, que la línea terminadora de las imágenes extremas pase por el ojo. Sin esto el anteojo tendrá el defecto de representar los objetos rodeados de colores del iris, el cual se desvanece disponiendo los vidrios del modo mencionado. Para este efecto es menester poner mas de dos vidrios, á fin de poder disponerlos segun conviene. Hasta aqui solo he hablado

de los anteojos compuestos de dos vidrios uno objetivo y otro ocular, cuya distancia respectiva está determinada por sus distancias focales, y asi no se puede variar. Sin embargo sucede por fortuna que la línea terminadora de que he hablado pasa poco mas ó menos por el lugar del ojo, de suerte que es casi insensible el defecto de los colores del iris con tal que se haya cuidado de remediar el defecto anterior, sobre todo cuando el aumento no es muy grande. Si el aumento es considerable, será bueno poner dos vidrios oculares para desvanecer enteramente los colores del iris, pues en este caso recibiendo igualmente el aumento los menores defectos, se hacen insoportables.

5.ª La quinta y última buena cualidad de los anteojos es tener un gran campo aparente, que es el espacio que se descubre por el anteojo. V. A. tiene presente que los pequeños anteojos de teatro con ocular cóncavo, tienen el defecto de un campo aparente demasiado pequeño, por lo que no pueden ser de mucho aumento. La otra especie con ocular convexo, está menos sujeta á este defecto; pero como representan inversos los objetos, serian preferibles los anteojos de la primera especie, si nos descubrieran mayor campo, que depende de la abertura del vidrio ocular; y V. A. ve que siendo determinada esta por su distancia focal, no podemos aumentarla á nuestro arbitrio. Poniendo dos, tres,

ó mas vidrios oculares se ha logrado hacer mayor el campo aparente; y este es nuevo motivo para emplear varios vidrios en la construccion de los anteojos, á fin de que tengan toda la bondad que se necesita.

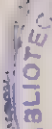
A estas buenas cualidades se podria añadir la de que la representacion no sea inversa, como lo es en los anteojos astronómicos; pero es facil remediar este defecto, si acaso lo es, añadiendo otros dos vidrios oculares como lo manifestaré en mi primera carta. = A 3 de Abril de 1762.

++++++++++++++++++++++++++++++++++++++

CARTA 221.

Anteojos terrestres de cuatro vidrios.

Mucho me he detenido en hablar de los anteojos compuestos de dos vidrios convexos, conocidos con el nombre de tubos astronómicos, porque son los que comunmente se usan en las observaciones astronomicas. V. A. comprende sin dificultad que el uso de estos instrumentos, por excelentes que sean, se ciñe únicamente al cielo, porque representan los objetos en una situacion inversa, lo cual es muy desagradable cuando se quiere contemplar los objetos terrestres,



que querríamos ver en su situacion natural; pero despues del descubrimiento de esta especie de anteojos pronto se encontró el medio de remediar esta incomodidad, doblando por decirlo asi, el mismo anteojo. Sabiendo que dos vidrios representan inversos los objetos, es claro que juntando á este anteojo otro semejante invertirá de nuevo los objetos, y de consiguiente se verán derechos. De aqui nace otra especie de anteojos compuestos de cuatro vidrios á que llaman anteojos *terrestres ó de larga vista*; porque se usan para mirar objetos que estan á larga distancia sobre la tierra.

1.ª Los cuatro vidrios A, B, C, D (estampa 2 fig. 40) colocados en el tubo M M N N representan uno de estos anteojos, el primero de los cuales A se llama objetivo, y oculares los otros tres B, C, D. Estos cuatro vidrios son convexos, y el ojo debe estar colocado al extremo del tubo, y á cierta distancia del último ocular D, segun se verá despues.

2.ª Supongamos que el objeto O *o* que se mira por el anteojo está á gran distancia, y veamos el efecto que cada vidrio producirá. El objetivo representará en P*p* la imágen del objeto á su distancia focal, la cual la determinará la línea recta tirada desde el extremo *o* por el medio del vidrio A. Esta línea no se ha puesto en la figura por no aumentar el número de ellas.

3.ª La dicha imágen P p hace el oficio del objeto respecto del segundo vidrio B, el cual se coloca de modo que el intervalo B P sea igual á su distancia focal, á fin de que la segunda imágen sea trasportada al infinito como en Q q, que será inversa como la primera P p, y estará terminada por la línea recta, tirada del medio del vidrio B por el extremo p.

4.ª El intervalo A B entre estos dos primeros vidrios es pues igual á la suma de sus distancias focales; y si el ojo estuviera detras del vidrio B se tendria un anteojo astronómico, por el cual se veria el objeto O o en Q q, y de consiguiente inverso, y amplificado tantas veces como la distancia A P es mayor que la B P. Pero en lugar del ojo se pone detras del vidrio B á alguna distancia, el tercer vidrio C respecto del cual la imágen Q q hace el oficio del objeto, pues efectivamente recibe los rayos de esta imágen, la que hallándose á gran distancia (esto es, siendo paralelos los rayos) el vidrio C representará la imágen á su distancia focal en R r.

5.ª Estando inversa la imágen Q q, la R r estará derecha y terminada por la línea recta que se tirará del extremo q por el medio del vidrio C, y que pasará por el punto r. Por consiguiente los tres vidrios A, B, C juntos representan el objeto O o en R r, y esta imágen está derecha.

6.ª Finalmente se coloca el último vi-

drio de manera que el intervalo DR sea igual á su distancia focal. Este vidrio alejará la imágen Rr al infinito como en Ss cuyo extremo s lo determinará la línea recta tirada desde el medio del vidrio D por el extremo r; y el ojo colocado detras de este vidrio verá efectivamente la imágen Ss en lugar del verdadero objeto O o.

7.ª Ahora es facil juzgar cuántas veces aumentará los objetos este anteojo compuesto de cuatro vidrios, para lo cual no hay mas que atender á que los dos pares de vidrios forman cada uno separadamente un anteojo astronomico. El primer par de vidrios A y B aumenta el objeto tantas veces, cuantas la distancia focal del primer vidrio A excede á la del segundo B, y otras tantas veces la imágen formada en Qq es mayor que el objeto O o.

8.ª La imágen Qq que hace el oficio del objeto respecto del otro par de vidrios C y D, será aumentada por estos tantas veces cuantas la distancia focal del vidrio C es mayor que la del vidrio D. Estos dos aumentos juntos dan el verdadero aumento producido por los cuatro vidrios.

9.ª Si pues el primer par de vidrios A y B aumenta 10 veces, y el otro par C y D aumenta 3 veces, el anteojo aumentará los objetos 3 veces 10, esto es, 30 veces; y la abertura del objetivo debe ser correspondiente segun la regla establecida.

10 Aqui pues ve V. A. que si de un anteojo terrestre ó de larga vista se quitan los dos últimos vidrios C y D, queda un anteojo astronómico; y que estos dos vidrios C y D forman tambien otro: de suerte que un anteojo de larga vista está compuesto de dos anteojos astronómicos; y reciprocamente dos anteojos astronómicos juntos forman un anteojo terrestre.

Esta construccion admite una infinidad de variaciones como diré mas adelante. = A 6 de Abril de 1762.

++++++++++++++++++++++++++++++++++++

CARTA 222.

Colocacion de los vidrios en los anteojos terrestres.

Acaba de ver V. A. como añadiendo dos vidrios convexos á un anteojo astronomico resulta un anteojo terrestre que nos representa derechos los objetos. Los cuatro vidrios de que se componen estos anteojos se pueden disponer de infinitas maneras, tanto respecto de sus distancias como de sus focos. Voy á explicar las mas esenciales (estampa 2, fig. 41).

1.ª Por lo que hace á sus distancias, ya dije que la de los dos primeros vidrios A y B es la suma de sus distancias focales, igualmente que la de los dos vidrios C y D; y cada par viene á ser un anteojo simple compuesto de dos vidrios convexos. Pero qué distancia deberá haber entre los dos vidrios del medio B y C? Parece que deberia ser indiferente el ser grande ó pequeña, supuesto que el aumento que siempre es compuesto de los dos que cada par produce separadamente permanece el mismo.

2.ª Consultando la experiencia se advierte que si se acercan mucho los dos vidrios del medio, se desvanece enteramente el campo aparente, y esto mismo sucede si se apartan mucho. En ambos casos no se ve mas de una pequeñísima parte del objeto que se mira por el anteojo.

3.ª Los artistas acercan ó alejan el último par de vidrios del otro, hasta descubrir el mayor campo aparente, y despues de haber encontrado este punto, entonces fijan los vidrios. Han observado que esto se verifica cuando la distancia entre los dos vidrios B y C del medio es mayor que la suma de las distancias focales de los mismos vidrios.

4.ª V.A. conoce que esta distancia no dependerá de la casualidad, sino que se deducirá de la teoría su determinacion aun con mas exactitud que de la experiencia. Perteneciendo á un físico indagar las causas de

todos los fenómenos que nos descubre la experiencia, voy á exponer los principios que nos suministran la distancia mas ventajosa BC entre los dos vidrios del medio (estampa 2, fig. 41)

5.ª Pues que para ser visible el objeto han de venir rayos de todos sus puntos al ojo, consideremos el camino del que viniendo del extremo *o* del objeto visible pasa por el medio A del vidrio objetivo; porque si este rayo no entra en el ojo no será visible dicho extremo. Este rayo no padece ninguna refraccion en el vidrio objetivo, pues pasa por su medio: de consiguiente continuará en línea recta hasta el segundo vidrio, al cual encontrará hácia su extremo *b*.

6.ª Este rayo se refrange en el segundo vidrio y muda de direccion, de suerte que concurre en un punto *n* del eje de los vidrios; y este punto seria su foco si el rayo A *b* hubiese sido paralelo al eje; pero como sale del punto A su reunion en el punto *n* del eje será á mas distancia del vidrio B que su distancia del foco.

7.ª El tercer vidrio C se ha de colocar de manera que el rayo, despues de atravesar el eje en *n*, vaya á parar precisamente á su extremo *e*: por donde se ve que cuanto mayor es la abertura de este vidrio C, mas apartado debe estar del vidrio B, y mayor es la distancia BC. Por otra parte no se puede apartar mas el vidrio C, pues entonces el rayo no

caeria en él, y no seria visible el punto de donde salió. Esta circunstancia es pues la que determina la distancia BC entre los dos vidrios del medio, segun se dijo la daba la experiencia.

8.ª El vidrio C producirá nueva refraccion en el rayo mencionado, la que le dirigirá precisamente al extremo *d* del ultimo ocular D, que siendo mas pequeño que C, hará el rayo *c d* un poco convergente hácia el eje, y por tanto en el último vidrio se refrangirá de suerte que concurrirá con el eje á menos distancia que está el foco; y alli es precisamente donde ha de estar el ojo para recibir todos los rayos trasmitidos por los vidrios y descubrir el mayor campo aparente.

9.ª Por este medio se logra un campo aparente, cuyo diámetro es casi doble del de los anteojos astronómicos que producen igual aumento. Asi pues estos anteojos con cuatro vidrios tienen la ventaja de representar derechos los objetos y tener mayor campo aparente, lo que es de importancia en ciertos casos.

10. Finalmente, posible es disponer estos cuatro vidrios de suerte que sin disminuir las dichas ventajas, se desvanezcan enteramente los colores del iris, y se vean los objetos con suma limpieza y distincion; pero hay muy pocos artistas capaces de conseguir este grado de perfeccion. = A 10 de Abril de 1762.

CARTA 223.

Precauciones para la construccion de los anteojos. Necesidad de dar de negro á lo interior del tubo. Diafragmas.

Ahora voy á enterar á V. A. de algunas precauciones muy necesarias en la construccion de los anteojos, que aunque no pertenecen ni a los vidrios ni á la disposicion de ellos, no dejan de ser de la mayor importancia, de manera que si no se observan escrupulosamente es enteramente inútil el mejor anteojo. No basta colocar los vidrios de suerte que todos los rayos que dan en ellos sean trasmitidos al traves de dichos vidrios hasta el ojo, es menester ademas impedir que los rayos extraños sean trasmitidos por el anteojo, para que no turben la representacion. Para conseguirlo se toman las precauciones siguientes.

1.ª Los vidrios que componen un anteojo deben estar metidos en un tubo, para que ningunos otros rayos sino los que pasan por el objetivo puedan llegar á los demas vidrios. Para eso el tubo ha de estar bien cerrado por todas partes, sin que nada

de luz pueda entrar por ninguna raja ó agugerillo; la luz que por él entraria confundiria la representacion de los objetos.

2.ª Tambien es muy importante que lo interior del tubo esté dado de negro, y de negro muy subido, pues se sabe que este color no refleja los rayos por mas fuerte que sea la luz que dá en él. V. A. habrá notado que efectivamente los tubos de los anteojos estan negros por adentro; y una sola reflexion nos hará ver la necesidad de hacerlo.

3.ª El objetivo del anteojo no transmite solamente los rayos de los objetos que nos representa el anteojo, sino tambien los de los objetos que estan á los lados, los cuales entran en gran cantidad. Si pues el tubo fuese blanco ó de otro color por adentro, estaria iluminado, y saldrian rayos de luz que atravesarian los demas vidrios, y turbarian la vision mezclándose con los rayos propios de los objetos.

4.ª Pero si lo interior del tubo está dado de negro muy oscuro, por mas iluminado que esté, no se forman en él rayos de luz. Esta negrura es necesaria en todo el tubo, porque no hay negro tan oscuro que iluminado no despida alguna luz débil; y entonces aunque pasen algunos rayos extraños por el segundo vidrio B, el negro del tubo siguiente los extingue enteramente. Hay cierto negro muy brillante que es menester no usarlo de ningun modo.

5.ª De ordinario no basta esta precaucion, y hay que poner dentro del tubo uno ó varios diafragmas con un pequeño agugerillo para detener mejor la luz falsa; pero es preciso cuidar de que estos diafragmas no intercepten los rayos de los objetos que nos ha de representar el anteojo.

6.ª Es menester ver en donde los rayos propios de los objetos se hallan mas reunidos dentro del tubo, lo que se verifica en el lugar en que estan representadas las imágenes, pues alli estan enteramente reunidos los rayos. Como el vidrio objetivo representa la imágen en su foco, se examina el tamaño que tendrá esta imágen, y se pone alli un diafragma con un agugero que sea igual á ella ó muy poco mayor; porque si el agugero fuese menor que la imágen, se disminuiria el campo aparente, lo cual seria un gran defecto.

7.ª Esto es lo que hay que advertir acerca del diafragma en los anteojos astronómicos de dos vidrios convexos. En los anteojos terrestres hay dos imágenes dentro del tubo; pues ademas de la primera representada por el objetivo en su foco, y que el segundo vidrio trasporta al infinito, representa tambien el tercer vidrio otra imágen en su foco la que está derecha. Convendrá pues poner en dicho foco otro diafragma con un agugero del tamaño de la imágen.

8.ª Estos diafragmas con lo negro en lo

interior del tubo producen tambien muy buen efecto en cuanto á la distincion de los objetos. Sin embargo cuanto mayor es el campo aparente que descubre el anteojo, menos ventaja se deberá esperar de estos diafragmas, porque siendo entonces las imágenes mayores es preciso que los agugeros de los diafragmas sean tan grandes que es inútil ponerlos. Por lo mismo es menester entonces cuidar de dar bien de negro lo interior del tubo y hacerlo mas largo, con lo que se disminuye mucho el defecto mencionado. — A 13 de Abril de 1762.

++++++++++++++++++++++++++++++++++++++

CARTA 224.

Cómo los anteojos nos representan la luna, los planetas, el sol y las estrellas fijas.

No dudo de que V. A. se alegrará de ver concluida la teoría árida de los anteojos, que casi no tiene otro atractivo que el de guiarnos á los grandes descubrimientos que por su medio se han hecho. Causa sin duda grande sorpresa el ver los objetos muy distantes tan bien como si estuviesen ciento ó mas veces mas cerca de nosotros, sobre

todo cuando nos es imposible acercarnos á ellos como sucede respecto de los cuerpos celestes; y V. A. conocerá que por medio de los anteojos deben de haberse descubierto cosas maravillosas en el cielo.

Viendo la luna cien veces mas cerca de lo que está efectivamente, podemos observar en ella ciertas desigualdades muy curiosas, como valles y alturas enormes, que por su irregularidad mas parecen obras construidas de intento que montañas. De esto infieren algunos que la luna está habitada por criaturas racionales, bien que solo la omnipotencia y la soberana sabiduría y bondad del Criador basta para darnos pruebas convincentes.

De esta manera se han hecho los mas importantes descubrimientos en los planetas que á simple vista no parecen mas que puntos luminosos; pero mirados por buenos anteojos se ven como la luna ó mayores.

No dejará de sorprender a V. A. el que yo le asegure que con el mejor anteojo que aumente mas de 200 veces, no se ven las estrellas fijas mas que como puntos, y aun mas pequeñas que á simple vista: lo que es tanto mas de admirar cuanto es cierto que el anteojo nos las representan tales cuales las veríamos si estuviésemos 200 veces mas cerca. De esto pudiera inferirse que los anteojos pierden su cualidad en esta parte; pero esta idea se desvanece luego que se consi-

dera que nos descubren millones de estrellas que sin su auxilio no veríamos. Tambien vemos sumamente mayores los intervalos entre las estrellas; y dos estrellas que á simple vista parece que se tocan, miradas por un anteojo se vé entre ellas una distancia considerable, lo que prueba suficientemente el efecto del anteojo.

¿Cual es pues la causa de que las estrellas fijas nos parezcan mas pequeñas miradas por el anteojo que á simple vista? Para responder á esta cuestion debo decir que las estrellas fijas nos parecen mayores á simple vista que lo que deberian, y que esto proviene de cierta luz falsa. En efecto los rayos que salen de una estrella pintan su imágen sobre la retina en el fondo del ojo, como un punto; pero los nervios inmediatos son conmovidos y producen la misma sensacion que se experimentaria si la imágen del objeto pintada sobre la retina fuese mucho mayor. Esto mismo sucede cuando de noche miramos una luz muy distante, que nos parece mucho mayor que si la mirásemos de cerca, cuyo aumento es causado por un falso resplandor. Cuanto mas aumenta el anteojo, mas debe disminuirse este accidente, asi porque los rayos se debilitan algo, como porque es entonces mayor la verdadera imagen sobre el fondo del ojo, y no es un solo punto donde se hace la impresion de los rayos. Asi pues aunque tan pequeñas nos parecen

las estrellas miradas por un anteojo, podemos asegurar que á simple vista nos parecerian todavia mucho menores sin la luz accidental expresada.

De esto sigue que pareciéndonos unos puntos las estrellas fijas, no obstante de verlas aumentadas 200 veces, debe ser enorme su distancia. Es muy facil entender el cómo se puede estimar esta distancia. El diámetro del sol aparece bajo un ángulo de 32 minutos. Si el sol estuviese pues 32 veces mas distante todavía lo veriamos bajo un ángulo de un minuto, y de consiguiente mucho mayor que una estrella vista por el anteojo, pues el diámetro de ella no pasa de dos segundos, ó es treinta veces menor que un minuto. Seria pues menester que el sol estuviese todavía 30 veces mas lejos, esto es, 960 veces para que no nos pareciese mayor que una estrella fija observada por el anteojo. Ademas las estrellas estan 200 veces mas distantes que lo que el anteojo nos representa: luego el sol debería estar 200 veces 960, esto es, 192.000 veces mas distante que está, para que nos pareciese del tamaño de una estrella fija. Por consiguiente si las estrellas fijas fuesen cuerpos tan grandes como el sol, sus distancias serian 192.000 veces mayores que la del sol: si fuesen mayores, deberian ser sus distancias otras tantas veces mayores; y aun suponiéndolas muchas veces mas pequeñas,

serán no obstante sus distancias muchas mil veces mayores que la del sol, que es de mas de 17 millones de leguas.

V. A. quedará sin duda atónita al contemplar esta distancia prodigiosa y la entera extension del mundo. ¡Que poder será el de quien ha creado esta inmensidad, y es el dueño absoluto de ella! Adorémosle con la mas profunda veneracion. A 17 de Aril de 1762.

++++++++++++++++++++++++++++++++++++++

CARTA 225.

Por qué la luna y el sol parecen mayores al salir y al ponerse que á cierta altura.

V. A. habrá reparado que cuando sale ó se pone la luna, nos parece mucho mayor que cuando está en lo alto del cielo, en cuyo fenómeno concuerda todo el mundo, y aun se observa lo mismo en el sol. Esta apariencia ha dado mucho que pensar á los Filósofos, y por cualquier parte que se la mire, se encuentran dificultades casi insuperables.

Seria ridículo inferir que el cuerpo de la luna es en efecto mayor cuando está en el horizonte, y menor cuando está mas ele-

vada. Ademas de que esta idea es absurda en sí misma, se ha de atender á que al mismo tiempo que nosotros vemos la luna en el horizonte, otros habitantes de la tierra la ven mas elevada y mas pequeña.

Igualmente ridículo sería el explicar este fenómeno singular, suponiendo que la luna en el horizonte esté mas cerca de nosotros que cuando está muy elevada, por la certeza de que un cuerpo nos parece tanto mayor cuanto mas cerca le tenemos; y V. A. sabe que cuanto mas lejos está un objeto mas pequeño nos parece. Esta es justamente la razon de que las estrellas nos parezcan sumamente pequeñas, no obstante de ser prodigioso su verdadero tamaño.

Pero por mas probable que parezca esta idea, no puede tener lugar. Mas certeza hay todavía de que la luna dista mas de nosotros cuando sale ó se pone, que cuando está mas elevada. Pondré aqui la demostracion (estampa 2, fig. 42).

Sea el círculo ABD la tierra, y sea L el lugar donde se halla la luna. El habitante que esté en A verá la luna en su zenit, ó en el punto mas alto del cielo. Otro habitante en D, donde la linea DL raza la superficie de la tierra, verá la luna al mismo tiempo en su horizonte, de suerte que á un tiempo parecerá la luna al espectador A en su zenit, y al espectador D en su horizonte. Es claro que la última distancia DL, sa mayor

que la primera AL y por consiguiente la luna dista mas de los que la ven en su horizonte, que de los que la ven cerca del zenit. De aqui se sigue que la luna vista en el horizonte deberia parecernos mas pequeña, pues efectivamente está mas distante de nosotros que cuando está muy elevada. Es pues de maravillar que observemos cabalmente lo contrario, pareciéndonos mucho mayor cuando la vemos cerca del horizonte que en el medio del cielo.

Cuanto mas se profundiza este fenómeno, mas singular parece y mas merece nuestra atencion; porque es cierto que estando mas lejos la luna en el horizonte, deberia parecernos mas pequeña, siendo asi que todo el mundo asegura unánimemente que entonces parece mucho mayor. Esta contradiccion es evidente, y parece oponerse á todos los principios establecidos en la óptica, los cuales estan demostrados tan bien como los de la geometría.

Creo haber manifestado bastante la duda en que estamos sobre este asunto, y asi conocerá mejor V. A. la importancia de la verdadera explicacion de esta gran dificultad. Sin detenernos á examinar este juicio general de todos los hombres acerca del prodigioso tamaño de la luna en el horizonte, me limitaré á la cuestion principal, que es si estando la luna cerca del horizonte nos parece efectivamente mayor.

V. A. sabe que hay medios muy seguros de medir exactamente los diámetros de los cuerpos celestes, determinando el número de grados y minutos que ocupan en el cielo; ó lo que es lo mismo, midiendo el ángulo que forman las líneas tiradas de los extremos de la luna al ojo del espectador; y este ángulo es lo que se llama el diámetro aparente de la luna. Hay instrumentos á propósito para determinar exactamente este ángulo; y cuando con ellos se mide el diámetro de la luna, primero al salir, y luego cuando está mas elevada en el cielo, se halla efectivamente que su diámetro es algo menor en el primer caso que en el segundo, como lo exige la desigualdad de las distancias. Nada hay que dudar sobre esto; pero por la misma razon se aumenta la dificultad en lugar de disminuirse; y nos preguntarán con mas motivo, ¿por qué todos juzgan la luna mayor al salir y al ponerse, no obstante que su diámetro aparente es entonces realmente mas pequeño? ¿y cual es la causa de esta ilusion general en todos los hombres? El astrónomo que sabe perfectamente que el diámetro aparente de la luna es entonces mas pequeño, se engaña en ello como el mas ignorante aldeano. = A 20 de Abril de 1762.

CARTA 226.

Reflexiones sobre la cuestion anterior.

V. A. no hubiera creido que la sola aparicion de la luna estuviese sujeta á tantas dificultades; pero espero se desvanecerán con las reflexiones siguientes.

1.ª No debemos extrañar que el juicio que formamos acerca del tamaño de los objetos no concuerde con el ángulo visual en que los vemos; y de ello nos da pruebas la experiencia diaria. Un gato por ejemplo se me presenta cerca de mí bajo un ángulo mayor que un buey á la distancia de 100 pasos. Sin embargo yo no juzgaré el gato mayor que el buey, y V.A. se acordará de que nuestros juicios sobre el tamaño de las cosas está ligado íntimamente con el de la distancia; de suerte que si nos engañamos en la estima de la distancia, será necesariamente falso nuestro juicio sobre el tamaño.

2.ª Aclárase este punto, considerando que si una mosca pasa por delante de nosotros de improviso sin que pensemos en ello, cuando nuestra vista está fija en objetos distantes, nos imaginamos que está

muy distante de nosotros, y como nos parece bajo un ángulo considerable, creemos en el primer momento que es algun pájaro que á aquella distancia nos pareceria bajo el mismo ángulo. Prueba esto que nuestro juicio sobre el tamaño de los objetos no se regla sobre el ángulo visual bajo el cual se ven, y que hay gran diferencia entre el tamaño aparente de los objetos, y el tamaño juzgado ó estimado: el primero depende del ángulo visual; y el otro de la distancia á que juzgamos los objetos.

3.ª Para hacer uso de esta observacion, observo que no deberíamos decir que vemos la luna en el horizonte, mayor que á una altura considerable. Esto es falso absolutamente, pues lejos de eso, la vemos algo mas pequeña. Para hablar exactamente debemos decir que juzgamos y estimamos mayor la luna cuando se halla en el horizonte; lo que es puntualmente verdadero segun el consentimiento únanime de todo el mundo. Esto basta para disipar la contradiccion que notamos antes; y nada se opone á que al salir ó ponerse la luna, pueda ser juzgada ó estimada mayor, aunque se la vea bajo un ángulo menor.

4.ª No se trata pues de esplicar por qué vemos mayor la luna en el horizonte, que es un imposible, pues efectivamente nos parece mas pequeña, como se prueba por la medida del ángulo visual. La dificultad se

reduce pues á esta cuestion: ¿por qué entonces juzgamos ó estimamos mayor la luna? Es necesario dar la razon de este juicio singular. La cosa no es en sí nada estraña, pues conocemos mil casos en que juzgamos muy grandes los objetos, aunque los veamos bajo ángulos muy pequeños.

5.ª Diremos pues que cuando la luna sale ó se pone la juzgamos mas distante de nosotros que cuando ha subido á cierta altura. En conviniendo en esto, sea cual fuere la causa, se sigue necesariamente que debemos juzgar la luna tambien mayor á proporcion; porque cuanto mas distante creemos un objeto, mayor presumimos que es en la misma razon. Cuando por alguna ilusion me imagino que una mosca que pasa por delante de mis ojos está á la distancia de 10 pasos, me veo obligado, casi á pesar mio, á juzgarla tantas veces mayor cuantas 100 pasos exceden la verdadera distancia de la mosca á mis ojos.

6.ª Tenemos pues que examinar esta cuestion: ¿por qué estimamos la luna mas distante de nosotros cuando se halla en el horizonte? ¿y por qué es tan general esta ilusion que nadie está exento de ella? Es verdad que la luna está entonces algo mas distante, segun manifesté en mi carta anterior; pero es tan pequeña la diferencia que no puede ser sensible. Ademas el sol aunque cien veces mas distante que la luna,

no nos lo parece, y nuestra vista refiere aun las estrellas fijas casi á la misma distancia.

7.ª Asi pues aunque la luna en el horizonte está efectivamente un poco mas distante, esta circunstancia no influye en la cuestion presente. Este jucio que todos hacen de que la luna está entonces mas distante, debe estar fundado en razones enteramente diferentes, y capaces de alucinar á todo el mundo, porque siendo falsa esta estima, es preciso que sean muy poderosas las razones que nos determinan á ello.

8.ª Varios filósofos han querido explicar este fenómeno, dando por razon el que descubriendo muchos objetos entre nosotros y la luna, como ciudades, aldeas, árboles y montes es esta la causa de que nos parezca mas distante en lugar que cuando está mas elavada, no observando ningun cuerpo entre ella y nosotros, nos debe parecer mas cerca. Esta explicacion aunque al parace ingeniosa, no puede admitirse. Mirando la luna en el horizonte, por algun agugero que nos oculte los objeto intermedios, no deja de parecernos mayor. Ademas de esto, no siempre juzgamos mas distante los objetos, entre los cuales descubrimos otros varios cuerpos. Un salon, por ejemplo, vacio del todo nos parece por lo regular mayor que cuando está lleno de gente, no obstante los varios objetos que vemos entre nosotros y las paredes.=A 24 de Abril de 1761.

CARTA 227.

Sigue la misma materia.

Todavía estamos muy distantes de la explicacion de esta ilusion universal, de que la luna parece mayor en el horizonte que cuando está mas elevada. He dicho antes que este fenómeno es tanto mas estraño, cuanto el diámetro aparente de la luna es entonces algo mas pequeño: de suerte que se deberá decir que no vemos entonces mayor la luna, sino que la juzgamos tal.

Por eso advertí que frecuentemente el juicio se diferencia mucho de la vision misma. No vacilamos por ejemplo en juzgur que un caballo distante 100 pasos es mayor que un perro á un paso de distancia: aunque la magnitud aparente del perro sea sin contradiccion mayor; ó lo que es lo mismo, aunque la imágen del perro pintada en el fondo del ojo sea mayor que la del caballo. En este juicio atendemos á la distancia, y juzgando el caballo mas distante que el perro, decimos que es mucho mayor.

Es pues muy verosimil que la misma circunstancia se encuentra en la vision de la luna, y nos la hace juzgar mas distante en el horizonte que cuando está muy elevada. Por lo que hace al caballo, el juicio de la distancia estaba fundado en la verdad; pero aqui como es absolutamente falso, es una ilusion extraña, que debe sin embargo tener cierto fundamento, pues todos convienen en ello, y no se puede atribuir al capricho ¿En qué podrá consistir? Voy á hablar de ello á V. A.

1.º Todos se representan el azul del cielo como una bóveda revajada, cuyo vértice está mas cerca de nosotros que lo bajo por donde se confunde con el horizonte. Un hombre puesto en un llano AB (estampa 2, fig. 43) que se extiende tanto como su vista, descubre la bóveda del cielo, que comunmente se llama el firmamento bajo la forma AEFB, en que las distancias CA y CB son mucho mayores que la del zenit á C.

2.º Esta idea es sin duda una grandísima ilusion, porque nada hay cerrado ó limitado por semejante bóveda, sino que es un vacío de inmensa extension, pues llega hasta las estrellas fijas mas distantes, cuya distancia excede á la fuerza de toda nuestra imaginacion. He usado la palabra *vacío* en contraposicion de los cuerpos groseros de la tierra; pues cerca de esta es nuestra atmós-

fera la que ocupa el espacio, y mas lejos es aquella materia mucho mas sutil á que llamamos eter.

3. Pero aunque esta bóveda sea imaginaria, es muy real en nuestra imaginacion, y todos los hombres sean sabios ó idiotas, estan en la misma ilusion. En la superficie de esta bóveda es donde nos representamos el sol, la luna, y todas las estrellas como clavos brillantes fijos en ella; y no obstante que conocemos lo contrario, no podemos prescindir de esta idea ilusoria.

4.º Esto sentado, cuando la luna se halla en el horizonte, nuestra imaginacion la refiere al punto A ó B de la mencionada bóveda; y entonces estimamos la distancia segun que juzgamos la línea CA ó CB mayor que CZ. Luego que sube y se acerca al zenit, pensamos que se acerca á nosotros, y si llegase al zenit mismo, la creeriamos entonces á su menor distancia.

5º La ilusion sobre la distancia trae consigo la del tamaño. Como la luna en A nos parece mucho mas distante de C que en el zenit, nos vemos en cierto modo precisados á inferir que la luna misma es tanto mayor, en la misma razon que nos parece la distancia C A mayor que CZ. Tal vez no todos los hombres estarán de acuerdo sobre esta proposicion: el uno dirá que la luna le parece dos veces mayor en el horizonte, otro dirá que tres veces y la mayor parte tomará

un medio entre dos y tres, pero todos concordarán en la cosa misma.

6.º Me parece del caso exponer la demostracion de esta consecuencia, esto es, que el juicio de la magnitud es consecuencia necesaria de la estima de la distancia. Cuando la luna está cerca del horizonte la vemos bajo cierto ángulo (estampa 2 fig. 43) el cual supondremos ser M C A, y el espectador esté en C; y cuando está muy elevada, sea N C D el ángulo bajo el cual la vemos. Estos dos ángulos M C A y N C D son con corta diferencia iguales entre sí, pues la diferencia es insensible.

7.º En el primer caso, como estimamos la luna mucho mas distante ó en la linea C A, refiriéndola á la bóveda imaginaria que se dijo, se sigue que estimamos el diámetro de la luna igual á la linea M A. Pero en el otro caso, la distancia C D de la luna nos parece mucho mas pequeña; y por consiguiente siendo el ángulo N C D igual al M C A, la magnitud estimada D N será mucho menor que A M.

8.º Para que no quede duda alguna sobre esto, cortense las lineas C *d*, C *n* iguales á las líneas C D, C N y siendo iguales en los dos triángulos C *d n* y C D N, los ángulos en C, seran iguales los triángulos; y por consiguiente la linea D N será igual á *dn*; y es visible que *d n* es mas pequeña que A M en la misma razon que la distancia *cd*

6 CD es mas pequeña que CA. Esto nos manifiesta claramente la razon de estimar la luna mayor en el horizonte, que cuando está cerca del zenit. = A 29 de Abril de 1762.

CARTA 228.

El cielo aparece hácia el zenit en forma de bóveda rebajada.

V. A. me dirá que le he explicado una ilusion por otra no menos extraña; y me objetará que la bóveda imaginaria del cielo es tan dificil de concebir, como el aumento aparente de la luna y otros astros cerca del horizonte. Esta objecion es tan fundada, que me es preciso explicar á V. A. la verdadera razon de que el cielo nos parezca en forma de una bóveda rebajada. A esto se dirigen las reflexiones siguientes.

1.ª Para dar razon de esta bóveda imaginaria, se dice que esto depende de que los objetos celestes que vemos cerca del horizonte, nos parecen mas distantes que los que vemos cerca del zenit; y esto es sin du-

da una peticion de principio que los lógicos no admiten por ser un vicio insoportable en los raciocinios. En efecto, despues de haber dicho antes que la boveda imaginaria del cielo nos hace parecer la luna mas distante en el horizonte que cerca del zenit, es ridículo decir que lo que nos hace imaginar esta boveda es que los objetos horizontales nos parecen mas distantes que los verticales.

2.ª Sin embargo no era inutil hablar de esta bóveda imaginaria, aunque no por eso hemos adelantado nada; y luego que explique por qué los objetos celestes nos parecen mas distantes cuando los vemos cerca del horizonte, V. A. verá al mismo tiempo la razon de esta doble ilusion universal, la una el aumento aparente de los astros en el horizonte, y la otra la bóveda rebajada del cielo.

3.ª Todo se reduce pues á explicar por qué los objetos celestes vistos en el horizonte nos parecen mas distantes que cuando estan á mayor altura. Digo pues que esto procede de que los objetos nos parecen menos brillantes, lo cual me obliga a manifestar por qué los objetos son menos brillantes en el horizonte, y explicar como de esta circunstancia depende el juzgarlos a mayor distancia. Espero hacerlo á satisfaccion de V. A.

4.ª No se puede dudar de este fenomeno mismo. Al medio dia el brillo del sol es grande, y nadie puede fijar en él la vista

pero por la mañana ó por la tarde, al salir ó al ponerse, se le puede mirar sin que los ojos se incomoden. Lo mismo sucede con la luna y con todas las estrellas, cuyo brillo se debilita mucho cerca del horizonte. Las estrellas mas pequeñas no se ven cuando están poco elevadas sobre el horizonte, mientras que se les ve distintamente cuando han llegado á cierta altura.

5.ª Siendo cierto este hecho, es menester ahora descubrir la causa de esta diminucion de luz. Es claro que no debemos buscarla sino en la naturaleza de nuestra atmosfera, ó en el aire que circunda la tierra en cuanto no es perfectamente transparente; porque si lo fuese, de manera que todos los rayos pasasen sin padecer ninguna diminucion, no tiene duda que las estrellas aparecerian siempre con igual brillo, en cualquier lugar del cielo que estuviesen.

6.ª El aire, materia mucho menos delgada y sutil que el eter, cuya transparencia es perfecta, está siempre cargado de partículas heterogéneas, que se levantan de la tierra, como son las exhalaciones y vapores, las cuales perjudican á su transparencia, por manera que si algun rayo encuentra alguna de estas partículas es interceptado y casi extinguido. Se ve pues que se perderán mas rayos a proporcion que el aire esté mas cargado de estas partículas que se oponen á la transmision de la luz; y V. A. sabe que una

niebla densa quita al aire su transparencia de tal modo que á veces no se distinguen los objetos á distancia de tres pasos

7.ª Si se representan por puntos estas partículas esparcidas en el aire, es claro que su número será mayor ó menor segun que el aire esté menos o mas sereno. Es evidente que muchos de los rayos que atraviesan este espacio deben perderse; y esta pérdida crecerá cuanto mayor sea el espacio que atraviesen en el aire. Vemos que los objetos distantes son invisibles durante una niebla, cuando todavía se ven los que estan cerca de nosotros; porque los rayos de los primeros encuentran mayor número de partículas que los detienen.

8.ª De esto se infiere que cuanto mayor espacio tienen que atravesar en la atmósfera los rayos de los astros para llegar á nuestros ojos, tanto mas considerable debe ser su pérdida ó diminucion; sobre lo que V. A. no tendrá la mas leve duda. Nos queda únicamente que probar que los rayos de las estrellas que vemos cerca de nuestro horizonte, tienen que andar mayor espacio en nuestra atmósfera, que cuando estan cerca del zènit. Entonces comprenderá V. A. por qué los astros parecen menos brillantes en el horizonte ó al salir y ponerse. Esta será la materia de la carta siguiente = A 1.º de Mayo de 1762.

CARTA 229.

Motivo de debilitarse la luz de los astros en el horizonte.

Lo que acabo de decir de que los rayos de los astros que se hallan en el horizonte tienen que andar mas camino en nuestra atmósfera, parecerá tal vez una paradoja, en atencion á que la atmosfera se extiende por todas partes á la misma altura, de suerte que en cualquier lugar que se halle una estrella deben sus rayos pasar por toda ella antes de llegar á nuestros ojos. Las reflexiones siguientes disiparán estas dudas.

Es menester formarse idea clara de la atmósfera que rodea la tierra. El círculo interior ABCD (estampa 2, fig. 44) representa la tierra, y el exterior de puntos *abcd* termina la atmósfera. Observemos que al paso que crece la altura sobre la superficie de la tierra, el aire va siendo menos denso ó mas sutil, de suerte que se pierde al fin insensiblemente con el éter que llena todos los espacios celestes.

El aire mas grosero, mas cargado de

partículas que apagan los rayos de luz, se halla mas bajo cerca de la superficie de la tierra. Siendo pues menos denso a mayor altura se opondrá menos al paso de la luz, y es tan sutil á la altura de una milla de Alemania que ya no puede ocasionar pérdida sensible á la luz. Podemos pues fijar la distancia entre el círculo interior y el exterior en una milla poco mas o menos. y como el diámetro de la tierra contiene unas 860 millas, se ve que la altura de la atmósfera es muy corta respecto de la magnitud del globo terrestre.

Consideremos ahora (estampa 2 fig. 44) un espectador en A sobre la superficie de la tierra, y tirando desde el centro de ella G por A la línea G Z, se dirigirá esta hacia el zenit del espectador. La línea A S que es perpendicular, y que toca á la tierra será horizontal respecto de él. De consiguiente verá una estrella en Z en el zenit, o en lo mas alto del cielo, pero una estrella en S le parecerá en el horizonte al salir ó al ponerse. Es menester imaginarse que cada estrella está sumamente distante de la tierra lo que no puede representarse en la figura.

Considerando esta figura se ve que los rayos que salen de S tienen que atravesar moyor espacio en la atmósfera que los de la estrella Z antes de llegar al espectador que está en A. Los de la estrella Z solo tienen que atravesar la altura aA de la atmósfera

que es con corta diferencia de una milla; pero los de la estrella S tienen que correr todo el camino h A que es visiblemente mucho mas largo; y si la figura fuese mas conforme a la realidad, de suerte que el rayo G A fuese 850 veces mas largo que la altura A a, se veria que la distancia A h pasaria de 40 millas.

Debe tambien notarse que los rayos de la estrella Z no tienen que correr por la parte baja de la atmósfera, que es la mas cargada de vapores sino un pequeño espacio, en lugar que los rayos de la estrella S tienen que andar grande espacio de esta parte inferior, yendo, por decirlo asi, arrastrando sobre la superficie de la tierra. De esto debe inferirse que los rayos de la estrella Z no se debilitan casi nada, y que los de la estrella S deben casi estinguirse por causa del grande espacio que tienen que correr en el aire grosero.

No tiene pues duda que los astros que vemos en el horizonte deben aparecer con una luz muy débil, y esta es la razon por qué podemos fijar los ojos en el sol cuando sale ó cuando se pone, mientras que es insufrible su resplandor al medio dia que está en lo mas alto. Este es el primer artículo que me habia propuesto demostrar: me queda que probar el otro, á saber, que la diminucion de la luz casi nos fuerza á representarnos los cuerpos celestes como mucho mas apartados

e dnosotros que si los viésemos con toda su luz.

La razon de esto se ha de buscar en los objetos terrestres que vemos todos los dias, y sobre cuya distancia formamos juicios. Por la misma razon que los rayos al pasar por el aire se debilitan, es claro que cuanto mas distante de nosotros está un objeto, tanto mas pierde de su claridad ó tanto mas obscuro nos parece. Asi es que un monte muy distante nos parece muy sombrio, pero si nos acercamos distinguimos los árboles, lo que no es posible á gran distancia. Esta observacion tan general, que no nos engaña jamas en los objetos terrestres, ha producido en nosotros desde nuestra infancia el principio fundamental de juzgar los objetos tanto mas distantes cuanto los rayos que de ellos nos vienen son mas débiles. En virtud de este principio juzgamos pues la luna mucho mas distante de nosotros al salir ó al ponerse que cuando está á grande altura, y por la misma razon la juzgamos tanto mayor. Creo que estan bien fundadas estas razones, y tan bien aclarado este fenómeno singular como es posible. = A 4 de Mayo de 1762.

CARTA 230.

Ilusion acerca de la distancia de los objetos y de la diminucion de la luz.

El principio de nuestra imaginacion porqué he explicado este fenómeno de parecer la luna mayor en el horizonte que en medio del cie'o, está de tal modo arraigado en nuestro espíritu, que es el origen de otras mil ilusiones de que solamente insinuaré algunas á V. A.

Desde nuestra infancia nos vemos forzados, como á nuestro pesar, á juzgar los objetos tanto mas distantes, cuanto mas debilitado está su brillo; y por otra parte los objetos muy bri.lantes nos parecen mas cercanos que lo que estan Esta ilusion no puede venir sino de una imaginacion poco arreglada, que nos seduce muy á menudo; pero no obstante nos es tan natural, y es tan universal, que no hay nadie capaz de librarse de ella, por mas que el error que resulte sea por lo comun muy patente, comó antes observamos respecto de la luna. En otras muchas ocasiones padecemos igual engaño, y voy á exponer algunos de estos casos.

1.º Bien conocida es la ilusion de que por la noche nos parece el fuego de un incendio mucho mas cerca que está. La razon es clara: el fuego brilla entonces con gran vigor, y segun el principio establecido de nuestra imaginacion, le estimamos mas cerca de lo que está.

2.º Por la misma razon un salon cuyas paredes estan muy blancas, nos parece mas pequeño. El blanco es el color mas brillante, y estimamos que las paredes de este color estan muy cerca de nosotros, y de consiguiente se disminuye la extension aparente.

3.º En una sala cuyas paredes estan revestidas de paño negro, experimentamos efecto contrario. Entonces nos parece mas espaciosa de lo que efectivamente es. El negro es el color menos brillante, pues no despide casi ninguna luz que llegue á nuestros ojos; y por eso las paredes negras nos parecen mucho mas distantes de lo que estan. Un aposento cuyas paredes esten cubiertas de tela negra nos parecerá pues mayor; y al contrario si las blanquean bien, parecerá mas pequeño.

4.º Nadie saca mas ventaja de esta ilusion tan natural y comun á todos los hombres, que los pintores. V.A. sabe que en una pintura estan representados algunos objetos que parecen muy distantes, mientras otros parecen muy cercanos; y en esto consiste el principal recurso de los hábiles pin-

tores. A pesar de que sabemos con toda certeza que todos los objetos representados en una pintura se hallan sobre una misma superficie, é igualmente distantes de nuestros ojos, no por eso dejamos de engañarnos y de juzgar los unos mas lejos y los otros mas cerca. Comunmente se atribuye esta ilusion á una mezcla adequada de luz y de sombra, que efectivamente es un grande auxilio para los pintores. Pero si V. A. considera atentamente una pintura, notará que los objetos que han de parecernos muy distantes están expresados débilmente y sin distincion. Asi es que cuando dirigimos nuestra vista á objetos muy distantes, bien percibimos por ejemplo hombres, pero sin distinguir los ojos, la nariz y la boca, y con arreglo á esta apariencia el pintor representa los objetos. A los que hemos de estimar muy cerca de nosotros da el pintor los mas vivos colores, y expresa menudamente todas sus partes. Si son personas distinguimos en ellas los menores lineamentos del rostro, los pliegues de la ropa, &c. Esta representacion parece, por decirlo asi, salir entonces del cuadro, mientras que las otras parecen mas adentro y muy distantes.

5.º En esta ilusion está pues fundado el arte de la pintura. Si estuviésemos acostumbrados á juzgar segun la verdad, no tendria realidad este arte en todas sus partes, ni mas ni menos que si fuésemos ciegos. Por

mas que el pintor emplease su talento en la mezcla de los colores, nosotros diríamos, sobre esta tabla hay aqui una mancha roja, alli otra azul, aqui un rasgo negro, allá varias líneas blancas: todo está sobre una misma superficie, sin que en ninguna parte resalte ni se deprima. Asi ningun objeto real podria representarse de esta manera: le veríamos como un papel escrito, y tal vez nos cansaríamos en vano queriendo hallar la significacion de todas aquellas manchas de varios colores. Si pues nuestra vista tuviese este grado de perfeccion, estaríamos privados de los placeres que todos los dias nos procura este arte divertido é instructivo. = A 8 de Mayo de 1762.



CARTA 231.

Sobre el azul del cielo.

Ha visto ya V. A. la causa de la ilusion de que la luna y el sol nos parezcan mucho mayores en el horizonte que cuando estan elevados sobre él, la que consiste en que entónces estimamos estos cuerpos mas lejos de nosotros, fundándonos en que su

luz padece considerable diminucion al atravesar la atmósfera en la region inferior que es la mas cargada de vapores y de exhalaciones que disminuyen la transparencia. Tal es el resumen de las reflesiones que he presentado á V. A. sobre esta materia.

Esta cualidad del aire que disminuye su transparencia podria mirarse á primera vista como un defecto; pero considerando los efectos hallamos que lejos de serlo, debemos reconocer en ello la sabiduría y bondad del Criador. A esta impureza del aire debemos el espectáculo maravilloso del azul del cielo; porque las partículas opacas, que interceptan los rayos de luz, son iluminados por ellos, y nos envian sus propios rayos, producidos en su superficie por un temblor violento, como sucede en los cuerpos opacos; y su número de vibraciones nos representa aquel magnífico azul. Esta circunstancia merece un examen mas detenido.

1.º Desde luego observo que estas partículas son sumamente pequeñas, y distan mucho entre sí, además de ser muy delgadas y casi transparentes. De esto nace que cada una separadamente no es absolutamente perceptible, y solo cuando muchas de ellas envian juntas sus rayos y casi en la misma direccion á nuestros ojos podemos percibirlas. Se necesita pues la reunion de muchas para excitar alguna sensacion.

2.º De aqui se sigue claram enbte ue no

percibiremos las partículas que estan cerca de nosotros por deberse considerar como puntos dispersos en la masa del aire. Pero las que estan muy distantes del ojo envian sus rayos casi en una misma direccion, los cuales reunidos tienen bastante fuerza para conmover nuestra vista, sobre todo si se atiende á que otras partículas mas distantes igualmente que otras muy cercanas, concurren á producir este efecto.

3.º El color azul que vemos en el cielo, cuando está sereno, no es pues otra cosa que el resultado de todas estas partículas dispersas en la atmósfera, y principalmente de las que estan muy distantes de nosotros. Podemos pues decir que son azules por naturaleza, pero de un azul sumamente claro, que va siendo mas subido y sensible, á proporcion que las partículas estan en mayor número, y se reunen sus rayos en una misma direccion.

4.º El arte produce un efecto semejante. Disolviendo una corta cantidad de añil en gran cantidad de agua, si se dejan caer algunas gotas no se les ve el color, y si en una copita se echa de esta disolucion, solo se vera un azul muy débil. Pero si se llena un vaso grande y se le mira de lejos se verá un azul muy subido. El mismo experimento puede hacerse con otros colores. El vino de Borgoña en corta cantidad parece apenas algo rojizo; pero en una redoma llena, el color rojo es muy subido.

5.º El agua, en un estanque grande y

profundo, parece que tiene cierto color, aun que en corta cantidad esté enteramente clara y limpia. Este color es por lo comun verdoso, por lo que se dice que las últimas particulas del agua tienen dicho color, pero sumamente claro; de suerte que para percibirlo es menester mirar un gran volumen de ella, en cuyo caso los rayos de muchas particulas se reunen para producir este efecto

6.º Siendo probable, segun esta observacion, que las últimas particulas del agua son verdosas, se podrá decir que la misma razon que hay para que el mar, y el agua de un lago ó de un estanque nos parezca verdes, es la que nos hace parecer azul el cielo: porque es mas verosimil que todas las partículas del aire tengan una ligera tinta de azul, pero tan debil que no se percibe sino mirando una gran masa como toda la atmósfera, que no lo es el atribuir dicho color á los vapores que nadan en el aire, y que no le pertenecen.

7.º En efecto, cuanto mas puro y mas purgado de exhalaciones está el aire, tanto mas subido es el azul del cielo, lo cual prueba suficiente que la causa se ha de buscar en las partículas mismas del aire. Las materias extrañas que se mezclan con él, como son las exhalaciones, perjudican á este hermoso azul, y turban su brillo. Cuando estos vapores abundan mucho en el aire, causan acá abajo las nieblas que nos ocultan la vista del color azul si estan mas elevadas como

de ordinario sucede, forman nubes que en cubren por lo regular todo el cielo, y nos ofrecen un color muy distinto del azul del aire puro. Esta es pues otra nueva cualidad del aire, ademas de la sutileza, la fluidez y elasticidad de que hablé á V. A. esto es que las partículas del aire son azuladas por naturaleza. = A 11 de Mayo de 1762.

CARTA 232.

De lo que observaríamos si el aire fuese del todo transparente.

Ademas del hermoso espectáculo del azul del cielo, que nos proporciona el aire que nos rodea, seríamos desgraciados si fuese perfectamente trasparente, y estuviese despojado de las partículas azules, y este es un nuevo motivo, como veremos, de conocer y admirar la bondad infinita y la sabiduría del Criador.

Supongamos que el aire fuese enteramente transparente, y semejante al éter, que segun sabemos transmite todos los rayos de las estrellas sin detener ninguno, y no

contiene partículas iluminadas por los rayos, pues no pudiera serlo ninguna sin intercep-tar algunos rayos que diesen en ella. Si el aire se hallase en este estado le atravesarian libremente los rayos del sol, sin que ninguna luz viniese de el á nuestros ojos, y no recibiríamos mas rayos que los que viniesen inmediatamente del sol. Todo el cielo, exceptuando el lugar en que estuviese el sol, nos pareceria enteramente oscuro, y en lugar del azul brillante que ahora vemos, no descubririamos mas que un negro muy subido, y la noche mas oscura.

Sea el punto O (estampa 2, fig. 45) un espectador cuyo ojo no reciba mas rayos que los del sol, de suerte que toda la claridad estará encerrada en el pequeño angulo EOF. Mirando hacia otra region del cielo como M, ningun rayo vendria de ella, y seria lo mismo que si se mirase á un lugar muy oscuro ó negro; pues negro es todo lugar que no envia ningun rayo. Los rayos de las estrellas entrarian en el ojo con tanta mas fuerza cuanto no padecerian ninguna diminucion por la atmosfera segun se ha supuesto. Todas las estrellas se verian pues de dia; pero la claridad de este dia no seria mas que el pequeño ángulo EOF, y todo lo demas del cielo estaria oscuro como la noche.

Las estrellas fijas cerca del sol serian invisibles, como por ejemplo la estrella N, que no la veriamos porque nuestro ojo recibiria

al mismo tiempo los rayos del sol que le conmoverian tan vivamente, que la debil luz de la estrella no podria excitar en el sensacion. No hablo de la imposibilidad de mirar fijamente hácia N, pues es demasiado claro.

Pero interponiendo al sol un cuerpo opaco que interceptase sus rayos, se veria la estrella N por mas cerca que estuviese de el. V. A. comprende el estado triste en que entonces nos veríamos. Esta inmediacion del mayor resplandor y de las tinieblas mas oscuras, de tal modo ofenderia nuestra vista, que desde luego quedaramos ciegos. Puede esto entenderse por la incomodidad que sentimos al pasar de improviso de un lugar oscuro á otro muy iluminado.

A este grande inconveniente remedia pues la naturaleza del aire en cuanto contiene particulas algo opacas y susceptibles de iluminacion. Desde que el sol sale, y aun antes de llegar al horizonte, toda la atmosfera se ilumina, y nos presenta el azul hermoso de que he hablado á V. A.; de manera que de cualquier parte adonde dirigimos los ojos reciben cantidad de rayos engendrados en las mismas partículas. Mirando pues hacia M (estampa 2, fig. 45) percibamos la gran claridad que procede del brillante azul del cielo.

Esta misma claridad nos impide ver las estrellas durante el dia. La razon es evidente; es mucho mayor que la de las estrellas; y una gran claridad hace desaparecer otras

mas pequeñas, porque los nervios de la retina en el fondo del ojo, agitados ya por una luz muy fuerte, no son sensibles á la debil impresion de las estrellas. Si V. A. se acuerda de que la claridad de la luna llena es mas de 300.000 veces mas débil que la del sol, se hará cargo de que la claridad que nos viene de las estrellas no es nada en comparacion de la del sol. La claridad del cielo, durante el dia, es tal que aunque el sol este cubierto, excede muchas mil veces la de la luna llena.

Bien habrá notado V. A. que por la noche cuando la luna está llena, parecen las estrellas mucho menos brillantes, y no se ven mas que las mayores, sobre todo en su cercanía; lo que manifiesta que la luz mayor extingue la menor.

Es pues gran beneficio el que nuestra atmósfera empieze á iluminarse antes que salga el sol, porque esto nos dispone á soportar la viveza de su resplandor, que seria insoportable si fuese súbito el paso de la noche al dia. El tiempo que la atmosfera está iluminada antes de salir el sol, y el que se mantiene iluminada despues de ponerse, se llama *crepúsculo*. Este asunto es de mucha importancia, y merece que hable de él mas latamente á V. A. De esta suerte un artículo de Física nos trae otro. = A 15 de Mayo de 1762.

CARTA 233.

Refraccion de los rayos de la luz en la atmósfera. De los crepúsculos, y del orto y ocaso aparentes de los astros.

Para explicar la causa del crepúsculo, ó de aquella claridad que precede al salir el sol y dura despues de haberse puesto, no es menester mas que acordarse de lo que queda dicho acerca del horizonte y de la atmosfera.

El circulo A O B D (estampa 2, fig. 46) representa la tierra, y el circulo de puntos *a o b d* la atmosfera. Consideremos un lugar O sobre la tierra, y tirese la linea H O R Y que toque la tierra en O, y esta linea H Y representa el horizonte que separa la parte del cielo que nos es visible de la que no lo es. Cuando el sol llega a tocar esta linea se le ve en el horizonte al salir y al ponerse, y entónces está iluminada toda la atmosfera visible. Pero supongamos que el sol antes de salir se halla en S mas bajo que el horizonte, de manera que el rayo S T R pasando junto a la tierra en T, pueda llegar a un punto de la atmosfera situado en nuestro horizonte:

las partículas opacas que allí se hallan serán iluminadas y de consiguiente serán visibles. Así pues algun tiempo antes de salir el sol, la atmósfera $h\,o\,R$ sobre nuestro horizonte, empieza á estar iluminada en R; y al paso que el sol se acerca al horizonte se va iluminando mayor porcion de ella, hasta que por fin lo está toda.

Esta consideracion me lleva á otro fenómeno no menos importante, y es que la atmósfera nos hace ver el sol y los demas astros algun tiempo antes de que lleguen al horizonte, y algun tiempo despues de bajar de el, por causa de la refraccion que padecen los rayos al pasar del eter puro al aire grosero que constituye nuestra atmósfera. Voy á explicar esto.

1.° Los rayos de luz no continúan su camino en linea recta sino cuando se mueven en un medio transparente de la misma naturaleza. Cuando pasan de un medio á otro se desvian de su direccion rectilinea, y á esto se llama refraccion, de la que he hablado bastante á V. A. explicando la que padecen los rayos al pasar del aire al vidrio y recíprocamente.

2.° Siendo dos medios diferentes el eter y el aire, cuando un rayo pasa del primero al segundo, es preciso que experimente alguna refraccion. Sea A M B (estampa 2, fig., 47) el arco de circulo que termina nuestra atmósfera por la parte superior. Si un rayo

de luz MS cae en ella en M, no continuará segun la línea recta MN, sino que al entrar en el aire tomará la direccion M *a*, algo diferente de M N, y el ángulo N M *a* se llama el ángulo de refraccion, ó simplemente la refraccion.

3.º Hemos visto antes que la refraccion es tanto mayor cuanto el rayo S M cae con mas obliqüidad sobre la superficie de la atmósfera, o que el ángulo B MS es muy pequeño ó más agudo, porque si el rayo S M cayera perpendicularmente sobre la superficie de la atmósfera, ó lo que es lo mismo, si el ángulo BMS fuera recto, no habria refraccion, y el rayo continuaria en la misma línea recta en que viniera. Esta regla es general en todas las refracciones, sea la que fuese la naturaleza de los dos medios que los rayos atraviesan.

4.º El arco de círculo AOB (estampa 2, fig. 48) representa la superficie de la tierra; y sea el arco E M F el que termina la atmósfera. Si por O se tira la línea O M V que toque en O la superficie de la tierra, será dicha línea horizontal; y si el sol se halla todavia en S debajo del horizonte, de suerte que sea invisible para nosotros, pues ninguno de sus rayos podrá llegarnos en línea recta, el rayo S M continuando en línea recta pasaria sobre nosotros en N; pero como en M encuentra la atmósfera con mucha obliqüidad y el ángulo F M S es muy pequeño, pa-

decerá una refraccion bastante considerable; y en lugar de pasar por N, podrán muy bien pasar por O, de suerte que nos será visible el sol, aunque todavia este en S debajo del horizonte, o debajo de la línea horizontal OMV.

5.° Pero como el rayo MO que entra en nuestros ojos es horizontal, juzgamos el sol en la misma direccion; y nos imaginamos que se halla en V ó en el horizonte, aunque realmente está mas abajo. Reciprocamente todas las veces que vemos el sol o cualquiera otro astro en el horizonte, debemos juzgar que está mas abajo, segun el ángulo SMV que los astronomos han observado ser de cerca de medio grado, ó mas exactamente de 32 minutos.

6.° Por la mañana vemos pues el sol antes que llegue á nuestro horizonte cuando todavia dista de él un ángulo de 32 minutos; y por la tarde le vemos todavia cuando está 32 minutos mas bajo que el horizonte. Se llama oriente y ocaso *verdadero* el sol cuando se halla en el horizonte; pero cuando empieza á verse por la mañana o á desaparecerse por la tarde, se dice que es el oriente ú ocaso *aparente*.

7.° Esta refraccion de la luz en la atmosfera, que ocasiona el que el oriente aparente del sol preceda á su verdadera salida, nos procura la ventaja de gozar de dias mas largos que lo serian sin este efecto de la

atmósfera. He aqui la explicacion de un fenómeno bien importante. = A 18 de Mayo de 1762.

CARTA 234.

Tabla de las refracciones.

Acabamos de ver el efecto singular de nuestra atmosfera de que veamos el sol, y todos los demas cuerpos celestes en el horizonte, aunque todavia esten debajo de él, de manera que aun serian invisibles para nosotros sin la refraccion. La misma razon hay para que el sol y todas las estrellas nos parezcan siempre mas elevadas sobre el horizonte que lo estan efectivamente; por lo cual es menester distinguir la *altura aparente* de una estrella, de la altura verdadera á que apareceria si no hubiese atmósfera. Voy á explicar y aclarar este punto.

1.° Sea el arco A O B (estampa 2, fig. 49) una parte de la superficie de la tierra, y O el lugar donde nos hallamos, por el cual tírese la línea recta H O R que toque á la superficie de la tierra, y nos indicará el hori-

zonte verdadero. Si en O se tira verticalmente la línea recta O Z, que es la misma que un hilo suspendido por un extremo y cargado por el otro con un peso, dicha línea se llama *vertical*, y el punto Z del cielo adonde se termina se llama *zenit*, esta línea O Z es perpendicular á la horizontal H O R, de manera que en conociendo la una, se puede al instante determinar la otra.

2.° Sentado esto, sea S una estrella (estampa 2, fig. 50) Sino hubiese atmosfera el rayo S M O pasaría esta línea recta al ojo O, y la veríamos en la misma direccion OMS, en que se halla actualmente o bien en su verdadero lugar. Entonces se mide el ángulo SOR que forma el rayo SO con el horizonte OR, y este ángulo se llama la *altura* de la estrella, o su elevacion sobre el horizonte. Tambien se mide el ángulo SOZ que forma el rayo SO con la vertical OZ, como el ángulo ZOR es recto o de 90 grados, no hay mas que restar de estos el ángulo SOZ, y se tiene el ángulo SOR que dá la altura verdadera de la estrella.

3.° Atendamos ahora á la atmósfera que supongo terminada por el arco HDNMR, y observemos que el rayo SM de la estrella S al entrar en la atmosfera en M, no continúa su camino hácia el ojo O, sino que por causa de la refraccion tomará otra direccion MP, y por consiguiente no entrará en nuestros ojos; de manera que si la estrella

no lanzase hácia la tierra mas que el rayo SM, seria invisible para nosotros; pero es menester advertir que cada punto luminoso envia rayos hácia todas partes.

4.º Entre estos rayos habrá pues alguno como SN que sea refracto en N en lo alto de la atmosfera, de manera que su continuacion NO venga precisamente al ojo O. El rayo NO no se halla pues en la línea recta con el SM; y si se continúa NO hacia *s*, la continuacion N *s* formará con el rayo N S un ángulo S N *s* que el mismo qué se llama la refraccion, y que es tanto mayor cuanto el ángulo SNR que forma el rayo SN al entrar en la atmosfera, es mas agudo, como ya lo noté en la carta anterior.

5.º Por consiguiente el rayo NO es el que pinta en nuestros ojos la imágen de la estrella S, y que nos la hace visible; y viniendo dicho rayo en la direccion NO, juzgamos que la estrella está situada en la misma direccion en alguna parte como en *s*. Siendo este lugar *s* diferente del verdadero S, se le llama el lugar aparente de la estrella, que se debe distinguir del lugar verdadero S, donde veriamos la estrella si no hubiera refraccion en la atmosfera.

6.º Siendo NO el rayo por donde vemos la estrella, el ángulo N *o* R que forma con el horizonte es la altura aparente de la estrella; y cuando por medio de los instrumentos se mide el ángulo N *o* R, se dice que

se ha hallado la altura aparente de la estrella; pues la altura verdadera es, segun queda dicho, el ángulo ROS.

7.º Es pues evidente que la altura aparente R o N es mayor que la altura verdadera ROM; de suerte que las estrellas nos parecen mas elevadas de lo que realmente estan sobre el horizonte, por la misma razon que nos parece estan ya en el horizonte, cuando todavia estan debajo de él. La diferencia entre la altura aparente y la verdadera, es el ángulo MON, que es igual al ángulo SN *s* que llaman la refraccion; porque aunque el ángulo SN *s* que es el extremo del triángulo SNO, sea el rigor igual á la suma de los dos internos opuestos SON, y NSO: sin embargo se atiende á que por razon de la enorme distancia de las estrellas las líneas OS y NS son paralelas, y de consiguiente el ángulo OSN se desvanece de manera que el ángulo SON es casi igual al ángulo de refraccion SN *s*.

8.º Hallada la altura aparente de una estrella, se le debe restar de la refraccion, para tener su altura verdadera, que no es posible conocer sino por este medio. Para este efecto han trabajado mucho los astrónomos á fin de descubrir con exactitud la refraccion que se debe restar de cada altura aparente para tener la altura verdadera.

9.º Despues de largas observaciones han llegado por fin á formar una tabla que se

llama *tabla de refracciones*, la cual señala la refraccion ó el ángulo que se debe restar de cada altura aparente. Así cuando la altura aparente es nula, ó está la estrella en el horizonte, la refraccion es de 32 minutos los cuales está mas baja la estrella debajo del horizonte. Por poco que la estrella aparezca elevada sobre el horizonte es mucho menor la refraccion; de suerte que á la altura de 15 grados, no es mas que de 4 minutos; á la altura de 40 grados, es solo de un minuto; y en alturas mayores va siendo mas pequeña, hasta que al fin se desvanece a la altura de 90 grados. Esto es lo que sucede cuando se vé la estrella en el zenit mismo, porque su altura es entonces de 90 grados, y la altura verdadera es la misma que la aparente, y estamos muy ciertos de que una estrella que vemos en el zenit, se halla realmente en él, sin que la refraccion de la atmosfera mude su lugar como en las demas situaciones.

Adiciones.

ADICIONES.

MEDIDAS Y PESAS DE ESPAÑA.

A principios del año 1807 publiqué en la gaceta de Madrid un escrito titulado: *Del orígen de las medidas lineales de España*, el cual es un capítulo de una obrilla mia sobre medidas y pesas, que no ha visto la luz pública: y como en este escrito hay algunos hechos y reflexiones, que tal vez apreciarán algunas personas, he creido oportuno publicarlo en este lugar.

Del orígen de las medidas lineales de España.

Para tratar este punto es preciso recordar el orígen de las primeras medidas que usaron los hombres. » Las medidas, dice Hieron en su Geometría, han sido tomadas de las proporciones del cuerpo humano, á saber, del dedo, del ancho de la mano, del geme ó distancia entre los extremos de los dedos pulgar é index, del palmo ó distancia entre el extremo del pulgar y la punta del dedo me-

ñique, estando abierta la mano, del codo, de la brazada, del pie y del paso."

Parece natural, y lo confirma el testimonio de los autores antiguos, que en los primeros tiempos se midiese con la mano, así como el contar por dieces ó el sistema decimal de numeracion viene de los diez dedos de la mano. El espacio que ocupaban los cuatro dedos, sin incluir el pulgar que es mas corto, sería la primera medida: ésta es el *thophac* de los Hebreos, el *pesac ó posca* de los Caldeos y Sirios; el *coryos* de los Egipcios; el *cabda ó chabda* de los Arabes, la *palesta ó tetradactylon* de los Griegos. Esta unidad compuesta de los cuatro dedos de la mano, se divide naturalmente en cuatro partes iguales; he aquí el *ezbaa*, el *dactylo*, *monada*, *etc.*; y he aquí el principio del sistema de medidas.

Estas unidades eran muy pequeñas para los usos comunes, y se necesitaban otras mayores para la facilidad y comodidad de medir y contar; pues no es otro el orígen y motivo de las unidades compuestas que se conocen en todo género de medidas; y si se atiende al espíritu de sencillez que conduce siempre á los hombres en todas sus operaciones, se advertirá que lo mas simple y natural era tomar dos, tres, cuatro veces la primera medida, y formar de esta suerte otras unidades; y esto es lo que se advierte en las medidas de la antigüedad. Si se considera ademas el espíritu de analogía que siguen todos los hombres, se verá que así como la primera unidad

le componia de 4 dedos: así tambien de 4 de estas unidades se formaria otra unidad principal; á lo que les conducia igualmente el principio sencillo de ir doblando las unidades y formar otras de 2. de 4, etc. de las primeras. Así es que la medida de 16 dedos ú 4 *thophac* ó unidades elementales era entre las naciones antiguas una de las principales, y á que referian las demas de este género. Por eso observa nuestro Mariana, que no encuentra que los Hebreos usasen de la palabra *pie* como medida; pues en efecto esta medida debe su origen á otro sistema diferente.

De la repeticion de la unidad elemental de 4 dedos resultan sucesivamente el *zereth* de 12 dedos, el *gomed* de 16 dedos, el *ammah* ó codo comun de 20 dedos, el codo justo ó verdadero de 24 dedos, y el codo del santuario de 32 dedos.

Sobre esto puede observarse que en los primeros tiempos no se encuentra la medida de 8 dedos; porque en efecto era inútil, teniendo su mitad y su duplo. Que se encuentra la medida de 12 dedos, que proporciona la division en mitad y tercio; que la medida de 16 dedos compuesta de 4 veces la unidad elemental, era una de las principales, y á que parece referian todas las demas, y que se llamó despues el pie geométrico: que el duplo de esta unidad ú 8 veces la unidad elemental, que es el codo del santuario, fue otra medida principal, la mayor de las usuales, y que comprendia en razon dupla las otras dos

medidas elementales, esto es el *gomed* y el *thophac*. Tambien puede observarse que el codo verdadero era el duplo de otra medida elemental, que proporcionaba la division en mitades y tercias, y que la medida de 20 dedos, no tiene otra á que referirse, sino á la primera de 4 dedos; y por eso es que esta medida ha dado materia á varias discusiones, y probablemente no la habia entre los primeros pueblos, y fue posterior y propia de los Griegos.

Adoptada la primera unidad del ancho de los 4 dedos de la mano, era natural comparar con ella la mano abierta de éste ó del otro modo, lo largo del codo, del brazo, etc. Lo primero que ocurre es medir con la mano abierta, aplicándola sucesivamente desde el extremo del dedo meñique hasta la punta del pulgar. Era pues necesario comparar esta medida con la medida elemental de 4 dedos: y entonces se observaria, y cualquiera puede verificarlo, que dicha medida ó palmo contiene tres veces el ancho de la mano ó 12 dedos. Esta medida y su doble, era la medida usada entre mercaderes, y para otros usos comunes.

De la misma manera era natural medir con el codo ó con el brazo, y comparar esta longitud con la unidad elemental, de donde resultarian dos cosas: la primera fijar en algun modo la medida del codo teniendo el puño cerrado ó abierto, de suerte que comprendiese un número cabal de dichas unidades: la

segunda dar el nombre de codo á este género de medida.

Tal parece fue el orígen de las medidas lineales usuales; y pronto se conoceria la necesidad de fijarlas por medio de patrones de madera ó de hierro, y de que todos se conformasen á los originales. Esto lo hallamos desde el tiempo de Moisés, y el codo del santuario se llamó asi por ser el patron que se conservaba en el templo, la cual medida segun nos parece era la principal, pues comprendia todas las demas medidas menores y usuales.

Parece tambien que desde los primeros tiempos los hombres quisieron comparar sus medidas con algunas otras tomadas de la naturaleza, y que parecian algo mas fijas que las proporciones del cuerpo humano, y de aqui procedió el comparar el dedo con el número de granos de trigo ó de cebada que podian colocarse por su grueso en su extension.

Para las medidas de distancia ó itinerarias lo primero que usaron los hombres fue el paso, y esto era muy natural, como igualmente el fijar las distancias por un número sencillo de estas unidades. Mil pasos fue la unidad de distancia de los primeros pueblos.

Era natural comparar el paso, ó esta medida elemental de distancias con las medidas lineales del uso comun para hallar su relacion, y fijarlas en cierto modo; y de esto resultó que el paso era igual al codo, y el paso doble ó entero contenia 2 codos del santuario,

Así pues la milla hebrea de 1000 pasos dobles contenia 2000 codos del santuario.

Estas medidas pasaron despues á otras naciones con diferentes nombres, y con mas ó menos alteracion. Tal vez los Griegos fueron los primeros que comparando el paso con la extension del pie, hicieron de éste la medida elemental de las distancias que despues pasó á serlo de todas las demas, y aun se ha transmitido hasta nosotros. Multiplicadas y confundidas las medidas elementales, nacieron otras unidades itinerarias, que aunque seguian el sistema sencillo de contar por duplos ó cuadruplos, variaban segun la unidad á que se referian.

La extension del paso se halló de 2 veces y media el pie: de aqui el paso doble ó geométrico de 5 pies; y el doble de éste ó 10 pies, que son unidades á que se refieren varias distancias. A esto se debe atender para comparar las medidas con las unidades que le corresponden, si se quiere conocer el orden que hay en ellas. Asi es que entre nosotros la vara nunca ha sido la unidad de comparacion de las medidas itinerarias, y sería un error el pretender que nuestros mayores erraron en no dar á las leguas un número sencillo de varas.

Estas unidades arregladas en cierto modo á las proporciones del cuerpo humano, pueden ser tan fijas como se quiera comparandolas con datos tomados de la naturaleza, y al mismo tiempo proporcionan ciertas como-

didades. Si la medida usual comprende cierto número de veces cabales el palmo, como era el codo del santuario, y como casi lo es nuestra vara, ¿cuántas veces no serviria esta proporcion, para medir ciertas longitudes por el número de pasos que damos? ¿por la abertura de nuestros brazos? ¿por nuestra estatura?

La sabiduría de los primeros pueblos antiguos fijó la unidad de sus medidas comparándola con la extension del grado terrestre. Algunos modernos pretenden que la unidad de estas medidas, contenida 400.000 veces en el grado terrestre, fue determinada en esta razon expresamente, y no por casualidad, cuya opinion ni adoptamos ni desechamos.

Las medidas formadas en su orígen de un modo tan sencillo y natural, padecieron el trastorno y la confusion que experimentaron los pueblos antiguos. Alteradas, variadas, equivocadas pasaron á otras naciones, y á lo menos se trasmitieron sus nombres, ó equivalentes, sin que los hombres se parasen segun costumbre en el valor de su significado.

Las medidas de capacidad se derivaban de las medidas lineales: el cubo de la unidad lineal era la principal medida de capacidad, á la cual se referian las demas por mitades ó tercios. El peso del agua contenida en una medida de capacidad era la unidad de peso, ó bien la unidad de medidas de capacidad contenia en agua un número determinado y sencillo de unidades de peso. Vengamos ya á nuestras medidas.

Los romanos dominaron en nuestro suelo: la España fue una provincia romana, y en ella hubo las mismas pesas y medidas que en las demas. Las medidas lineales nuestras fueron en otro tiempo las romanas. Veámos cómo han llegado á ser lo que en el dia son; y para ello nos referiremos al pie, que es la raiz de estas medidas, pues la vara fue una medida de mercaderes, compuesta de dos codos.

El doctor Juan Gines de Sepúlveda aseguró que el pie antiguo español era igual al pie romano; pero este pie de que habla es el pie coloсiano, que el mismo Sepúlveda vió en Roma, y del cual dice haber traido una copia exacta: de este pie hablaremos luego. Por otra parte funda su asercion en la medida, que hizo *con un hilo*, de los miliarios del camino de la Plata de Mérida, cuya circunstancia no asegura mucho la exactitud, prescindiendo de si en la determinacion de dichos miliarios se procedió con mas atencion que lo que se acostumbra aun en nuestros tiempos. Por otro lado ¿cuál es la extension del pie romano de que tanto se habla? Detengámonos sobre este punto.

Nuestro *Mariana* sienta que el pie romano verdadero contiene 13 pulgadas ó 156 líneas de la vara toledana (a), la cual es igual, ó por mejor decir, idéntica á la de Burgos. » Tres pies, dice, se conocen de diferente longitud, el uno menor, el otro mediano y el otro ma-

(a) *Mariana de Ponderib. et mens. cap.* 5.

yor. El mayor excede al mediano en un sicilico, ó $\frac{1}{48}$ del mediano: este excede al menor en cerca de una séstula, ó $\frac{1}{75}$ del pie menor. Asi pues el pie mayor excede al menor en una duela, ó $\frac{\text{[illegible]}}{50}$ del menor." El pie mayor es el que fue sacado de la columna porfirética, y los doctos, segun Mariana, lo tuvieron por el verdadero en el siglo xv.

Leonardo Porcio fue el primero que dió á conocer, y tuvo por verdadero el pie mediano, sacado de un marmol de C. N. Cossutio, escultor, y por razon de hallarse éste en un jardin de Angelo Colocio, se llamó este pie vulgarmente *colociano*; la cual opinion y medida, dice nuestro Mariana, recibiéron los doctos con sumo aplauso.

El pie menor lo halló Lucas Paeto, quien tuvo y examinó 3 pies de bronce todos iguales.

Nuestro Mariana desecha los dos pies menor y mediano, y admite el mayor, fundándose principalmente en que la ánfora romana no conviene con el cubo de los dos menores, y si con el mayor. Es verdad que supone (como yo creo) que la ánfora romana contenia 80 libras romanas de 12 onzas cada una, en agua ó vino, y que nuestras onzas eran iguales á las romanas. Nuestro sapientísimo Mariana, que en este punto escribió con mas conocimiento que muchos que le han seguido, hace una reflexion, que no se debe omitir en este

lugar. *De este pie colociano, dice, y de la ánfora hecha por él, ha nacido, segun creo, la opinion de los modernos (de la cual no encuentro vestigios antes de esto) de que las onzas romanas antiguas son menores que las nuestras* (a).

El pie colociano, de que habla el doctor Juan Gines de Sepúlveda, lo midieron Picard y Auzout, y lo hallaron de 153,3 líneas del pie español (b). La Hire dice de este pie lo que sigue: »Se ve en Roma sobre dos sepulcros de marmol, de dos arquitectos ó agrimensores, la figura del pie romano de bajo relieve: los extremos de ellos están algo gastados, asi por el tiempo como por las medidas que todos los curiosos han ido tomando. Aunque hechos muy toscamente, el uno tiene 10 pulgadas $11\frac{1}{2}$ líneas de nuestra medida (de París) y el otro 10 pulgadas $11\frac{-}{10}$ líneas; por lo que al principio tendrian 11 pulgadas, pues una cuarta parte de línea de cada lado es poca cosa para un escultor en marmol: el uno de estos pies está muy mal dividido en 16 dedos, y el otro no está dividido." (c). Tal es el monumento á que los doctos han dado tanta atencion, y en que quieren fundar sus decisiones.

(a) *De ponderib. et mens. cap. 6. in fine.*

(b) *Memoir. de l'Academie R. de Sciences de Paris, depuis 1666 jusqu'à 1699, tom. 6. de mensuris, pag. 533. y 538.*

(c) *Memoir. de l'Academ. 1714. pag. 395.*

El pie porfirético, de que habla Mariána, será pues de 156, 5 líneas del pie español; y el pie menor será de 151, 3 líneas.

El abate Barthelemy y el P. Jacquier midieron un pie de bronce antiguo, muy bien conservado, que se custodia en la Biblioteca del Vaticano, y le hallaron de 130, 61 líneas del pie de Paris, que hacen 152, 27 líneas del pie español.

Otro pie, hallado por Mr. Grignon entre las ruinas de una ciudad antigua en Francia, es de 152, 25 líneas de nuestro pie.

Del obelisco de Sesostris, ó del campo de Marte, medido por Mr Stuart, se infiere el pie romano de 130, 37 líneas del de Paris (a), que hacen 151, 99 líneas del nuestro.

Mr Cassini midió varias distancias de unas ciudades á otras; y comparando sus resultados con el número de millas romanas que se contaban entre ellas, deduce el pie romano de 154, 45 líneas del pie español.

Del congio romano que se conserva en la Biblioteca de santa Genoveva de Paris, cuyo contenido en agua determinó Mr. Auzout, se deduce tomando los datos mas seguros, que el pie romano es de 156, 5 líneas de nuestro pie.

El caballero Schuckburg midió 9 pies romanos diferentes, hallados en diferentes parages; y tomando un término medio lo valúa

(a) *Romé de l'Isle, Metrologiè, Preface, pag.* 18.

en $11\frac{3}{?}$ pulgadas inglesas, que equivalen á 152, 4 líneas del pie español. El mismo deduce de la medida de varios edificios romanos, que el pie romano es de 152, 5, ó 152, 7 líneas de nuestro pie (a). Se ve pues que esta valuacion se conforma con la extension del pie Vaticano.

Entre las diferentes valuaciones que se han expresado, se han visto algunas deducidas del congio romano; porque esta medida de capacidad era la octava parte del cubo del pie romano, ó el cubo de la mitad del pie. Por eso nuestro Mariana se inclina á tener por verdadero el pie porfirético, el cual concuerda con el que se deduce de dicho congio. Yo puedo corroborar esta opinion, manifestando un resultado igual, deducido de un monumento que existe entre nosotros, y es el patron de la media fanega que se conserva en el archivo de la ciudad de Avila. Yo creo que este patron es una antora romana, y de ella se deduce el valor del pie romano igual al pie porfirético de que habla Mariana.

»Estas medidas, dice don José García Caballero, introduxeron los Romanos en España cuando la gobernaron; y desde aquel tiempo se han conservado en ella para el trato de comprar y vender todo género de semillas que se compran y se venden por fanegas; y para

(a) *Biblioteque britanique*, num. 80.

que no faltase con el tiempo la cierta cantidad de ellas, mandaron hacer de cobre una media fanega, un celemin y un cuarto de celemin en forma redonda, á manera de perol, con unos pies como tréverles, en las cuales estan grabadas las armas reales de Castilla y Leon. Antiguamente estuvieron depositadas para perpetua memoria en el archivo de la ciudad de Toledo, y despues con facultad real se pasaron al de Avila, en donde se guardan con sumo cuidado."

No me detendré á notar algunas equivocaciones que hay en este lugar en lo que dice Caballero; y solo diré que el patron de la media fanega es en efecto á manera de caldera, con 3 pies y 2 asas, cuya forma coincide con la de la ánfora romana. De su antiguedad no hay memoria, y solo se sabe que en tiempo del rey don Alonso el Sabio se tenia este patron por muy antiguo.

Examinada la cabida de este patron con la atencion y proligidad que requieren estas operaciones, he hallado que contiene 60 libras $3\frac{1}{8}$ onzas de agua destilada, á 9 grados del termómetro de Reaumur; y de consiguiente, y atendida la dificultad de fijar la superficie del agua en un vaso de boca ancha, por mas precauciones que se tomen y tomaron, puede fijarse la cabida de esta medida en 60 libras y 4 onzas de agua pura en dicha temperatura. Mariana dice que el celemin contiene 10 cuartillos de la medida de líqui-

dos (a); estos cuartillos, de que habla Mariana, son de 16 onzas de agua; y de consiguiente resulta la media fanega de 60 libras de agua, resultado que concuerda bastante con el nuestro. Autores mas modernos han tratado de la cabida de la media fanega; pero todos hablan con equivocacion.

Es muy sabido que la ánfora romana era el pie cúbico romano. Si, como parece lo mas cierto, y como Mariana lo siente, segun queda dicho, las onzas de nuestro marco son iguales á las romanas, y ademas el ánfora contenia 80 libras romanas de á 12 onzas de vino, claro es que equivaliendo este peso al de 60 libras de á 16 onzas, la cabida de la media fanega es igual á la de la ánfora.

Algunos autores, y en particular Paucton (b), pretenden que las 80 libras que contenia la ánfora no eran de agua ó vino, sino de aceite; y ademas dan á la libra romana un peso diferente del que adoptamos. Esta mudanza de opinion en cuanto á las pesas romanas, solo ha dimanado del peso de las monedas, á cuyo argumento no doy ningun crédito, ni lo dará el que conozca lo poco que hay que fiar de semejantes resultados.

Lo mas comun entre los autores antiguos es valuar las medidas de capacidad en libras de

---

(a) *De ponderib. et mens. cap.* 13.

(b) *Metrologie, ou traite des mesures, poids et monnoies.*

onzas, sin especificar de cuál líquido. Paucton, que adopta la opinion de que siempre hablaron del aceite, alega la autoridad de Galeno, que dice: »La hémina es una medida cilíndrica de asta transparente, que sirve para medir el aceite, dividida por líneas circulares en 12 partes iguales, que se llaman onzas; pero las 12 onzas no hacen mas que 10 de peso."— Y en otra parte dice: »Cuando estuve en Roma pesé yo mismo lo que llamaban una libra de aceite para asegurarme de su peso, y hallé que 10 onzas ponderales eran iguales á 12 onzas mensurales, que hacen el contenido total de la libra de aceite."

De esto infiere Paucton, que siendo el ánfora igual á 96 héminas, contendria 80 libras romanas de aceite. Alega tambien la autoridad de Vitruvio, que dice que 4 sestarios llenos de azogue al salir de las minas contienen 100 libras de peso. Este dato no podrá seguramente emplearlo el que conozca la dificultad y delicadeza de tales operaciones; y por lo que toca á Galeno basta saber que el resultado que se saca en estas materias de mayor á menor está muy expuesta á error, porque se multiplican los errores. Esto es lo que ha sucedido en los resultados que dan nuestros autores de la cabida de nuestras medidas de capacidad.

Paucton desecha un plebiscito que trae Festo, en que se manda que el cuadrantal ó ánfora contenga 80 libras de vino: *cuadrantal vini octoginta pondo siet*; de lo cual sale Paucton diciendo, que habrán sustituido la pala-

bra *vini* en lugar de *olei*, ó que lo habrán añadido despues. Sin embargo, no hay motivo racional para dudar que las 80 libras que contenia la ánfora se entendian de vino, y por ahora no me detendré en otras reflexiones. En consecuencia tengo por cierto: 1.º que el patron mencionado de nuestra media fanega es una ánfora romana: 2.º y que nuestras onzas son iguales á las romanas.

De paso puede notarse que la cuartilla de granos es igual á la *urna*, nuestro celemin igual al *semi-modio*, nuestro medio cuartillo igual al *sestario*, y nuestro ochavo igual á la *hémina*.

Sentado pues que la media fanega es una ánfora romana, se deduce de ella el valor del pie romano de 156.5 lineas del pie español.

Omitiendo pues otras muchas medidas, que se refieren á las ya mencionadas, pongamos por orden estos resultados, á saber:

	Lin. de España
Pie menor. . . . . . . :	151,3
Pie deducido del obelisco de Sesostris.	152,0
Pie del Vaticano.	152,3
Pie colociano.	153,3
Pie deducido de los miliarios.	154,5
Pie porfirético.	156.5
Pie deducido del congio romano. . .	156,5
Pie deduc. de la media fanega de Avila.	156,5

Entre estas 8 valuaciones no hemos colocado el valor del pie que Lucas Paeto hizo gra-

bar en el Capitolio, pues parece que es un pie griego; aunque Paucton lo mira como el verdadero pie romano. Picard lo midió y halló de 135, 8 líneas del pie frances, que hacen 158, 3 lineas del pie español.

Vengamos ahora á ver ¿cuál de estos pies será el verdadero? Nuestro *Mariana* cree que es el porfirético: *Paucton* pretende que es el que Lucas Paeto tuvo por griego: *Romé del' Isle* piensa que Paucton se engañó, y que admitió dicho valor porque mejor se acomodaba á su sistema, y adopta el pie del Vaticano, incurriendo en el mismo defecto que censura á Paucton.

Yo pienso que entre los Romanos sucedería por lo menos, lo mismo que se ve entre las naciones modernas, en que no es comun encontrar dos medidas iguales; fuera de que no sería estraño que las medidas se hubiesen ido alterando con el tiempo, y en las distintas provincias del imperio. Ninguna de las que tenemos tiene autenticidad; y si se puede creer que alguna sea la primitiva, el patron de que las demas han degenerado, es facil de ver que por todas circunstancias debe ser la que se deduce del congio romano, esto es, de 156, 5 líneas del pie español.

Esto no impide el que en las provincias, por abuso ó por costumbre, se usasen otros pies menores, y tal vez en España se usó el colociano de 153, 3 líneas del pie actual, y acaso otros varios, como en el dia tambien sucede á pesar de haber muchísima mas vigilan-

cia, que parece pudo haber en otros tiempos.

Sea casualidad, ó sea que se haya conservado hasta nuestros dias, es cierto que el pie ó tercia de la vara valenciana es casi igual al pie porfirético, y lo es al que se deduce de nuestra media fanega de Avila. No es esta medida sola la que se encuentra entre nosotros, que correspon le a otras medidas lineales de los Romanos, pues se conserva en el pais de algunos de lo escritores de aquel tiempo, en Cordoba, el estadal igual á la pértiga romana de 10 pies romanos.

La ciudad de Toledo en su informe sobre esta materia, pretende que la vara toledana antigua se componia de 3 pies romanos. Yo no dudo que asi fuese; pero los datos que pone estan equivocados, asi como lo estan los demas relativos á la cabida de las medidas de líquidos, lo que es bueno advertirlo para no caer en errores, que pueden ser trascendentales. Hablando del patron del estadal, que se conserva en el archivo de dicha ciudad, se sienta en el referido informe que tiene de largo 10 pies y 10 pulgadas de la vara toledana; y se añaden estas reflexiones: » ¿Se pudo hacer el patron del estadal, sin medida llena ó ajustada, ó con quebrado? Parece que no; y aun puede añadirse que segun era justísimo y debido miramiento de los antiguos en estas cosas públicas, no es posible que determinasen una medida tan usual, en número impar y de solas partes alicuantas, y por tanto de division sumamente incómoda, como es el número onᵉ

ce; sino por el contrario de muchas partes alicuotas, y fácilmente partible de muchos modos, cual es el número diez, el ocho, el doce, etc. Y bien, estos pies del estadal ¿no es forzoso que fuesen los pies ó tercias de la vara toledana antigua, raíz de todas las medidas de esta especie? Parece que sí. Pregúntase ahora: diez pies castellanos y diez pulgadas de otro ¿hay duda que sean justamente diez pies romanos del Capitolio? No la hay. Tiene pues nuestro estadal antiguo toledano de hierro 10 pies romanos ó 10 tercias de vara toledana antigua (a)."

Estas reflexiones se fundan en que el patron del estadal antiguo tiene 10 pies y 10 pulgadas de dicha vara. Suponiendo que el estadal fuese de 10 pies romanos, resultaria cada uno de estos de 157, 8 líneas de nuestro pie, lo que parece algo excesivo respecto de las valuaciones citadas.

Sin embargo todo inclina á creer que en España se usó antiguamente un pie mayor que el actual, el cual pudo ser y seria efectivamente introducido por los Romanos. Faltanos ver como vino á ser el que tenemos ahora.

El rey don Alonso el sabio mandó *que la pasada haya 5 pies, y el pie 15 dedos*. Entendido esto, como parece debe entenderse, quiere decir que el pie se redujese á 15 dedos de los 16 que tenia el antiguo; y de consiguien-

(a) *Informe de la ciudad de Toledo, p.* 112.

te, si nuestra vara no ha variado, el pie antiguo tendria 153, 6 líneas del pie actual, cuyo valor corresponde al del pie colociano. Suponiendo que el pie antiguo fuese de 156 líneas, debiera ser dos líneas mas largo el pie que resultase de esta reforma; y acaso con ella se tuvieron otras miras para hacerlo asi, y la ley solo habló de dedos sin detenerse en fracciones.

Estas miras que he indicado no constan en lo que yo he visto, ni aun en las tablas alfonsinas, donde creí pudieran descubrirse. Permítaseme una conjetura cuando se trata de manifestar la sabiduría de nuestros mayores. Yo pienso que el objeto de esta reforma del pie fue reducirle al valor primitivo que tuvo en las naciones mas antiguas; y ademas la del *paso*, que era la unidad de las medidas itinerarias y geográficas. El mismo rey tenia á su lado varios astrónomos árabes: estos daban al grado terrestre $66\frac{2}{3}$ millas; y cada milla era de 4000 codos negros de 24 dedos ó 3000 codos del santuario de 32 dedos. De consiguiente daban al grado 200000 codos del santuario ó 400000 *pies geométricos*, igual cada uno á la mitad del codo del Nilo. No me detengo á exponer los testimonios de donde se deduce el valor de este pie geométrico, mitad del codo negro, y bastará decir que es de 143, 68 líneas de nuestro pie; de manera, que atendiendo al efecto del tiempo, y á la poca delicadeza con que se procedia au-

tiguamente en estas materias, creo que no puede dudarse de que el objeto de la reforma del pie antiguo español fue igualarlo al pie geométrico ó mitad del codo negro, logrândose con ello uniformar el sistema de medidas lineales con el de los pueblos antiguos.

Vengamos ahora al estadal antiguo de Toledo, y suponiéndolo de 11 pies, resulta que cada pie es de 143, 44 líneas, igual al pie geométrico ó mitad del codo negro. Consta pues el estadal de Toledo de 11 pies, iguales cada uno al pie geométrico, y los 16 dedos en que se dividen son iguales á los dedos del codo de las naciones antiguas exactísimamente.

El paso simple es de $2\frac{1}{2}$ pies; y el paso doble ó geométrico, ó la pasada de nuestras leyes, es de 5 pies de los actuales.

La cuerda ó cordel de la Corte tiene, segun dicen nuestros escritores, pues yo no la he examinado, $8\frac{1}{4}$ varas ó $24\frac{3}{4}$ pies.

Ambrosio de Morales da noticia de haberse reformado varias veces esta medida, lo que prueba, en mi entender, que el pie actual ha sufrido alguna alteracion, y de aquí dimanó la necesidad de ajustar de nuevo el cordel de la Corte. Es mas que probable que esta medida seria de 25 pies.

Determinado el valor del pie español y de la pasada ó paso geométrico, mandó el mismo rey don Alonso que el migero o milla fuese de 1000 pasadas, y la legua de 3 migeros. Nada es mas claro y evidente que el que la legua de que hablan nuestras leyes anti-

guas, es de 3000 pasadas ó 15000 pies iguales al actual. La confusion que encuentran varios de nuestros autores modernos, y se expone particularmente en el informe de la imperial ciudad de Toledo, depende de la poca exactitud ó falta de atencion de nuestros escritores de la media edad, quienes daban al grado terrestre $16\frac{2}{3}$ leguas ó $17\frac{1}{2}$ en lugar de darle las $26\frac{2}{3}$ que le correspondian.

A este fin no debe contarse con el valor actual que damos al grado terrestre, sino con el que le suponian en el tiempo de que se habla. Muchos de nuestros autores dan al grado $17\frac{1}{2}$ leguas, sin saberse de qué leguas hablan. Nuestro don Jorge Juan compara el valor del grado terrestre hallado en su tiempo, con el valor que se deduce de dar al grado $17\frac{1}{2}$ leguas de 15000 pies cada una; y concluye que el grado terrestre tiene mas de $17\frac{1}{2}$ leguas, ó que las leguas son mayores que de 15000 pies. Este raciocinio no es exacto cuando se aplica á tiempos antiguos, y la conclusion legítima es que los que daban $17\frac{1}{2}$ leguas al grado, suponian que el grado terrestre era menor que lo que ahora se cree. En el dia es en efecto un error dar al grado $17\frac{1}{2}$ leguas de 15000 pies.

Nada de esto se opone pues á la evidencia que debe haber de que la legua de nuestras leyes es de 15000 pies de los actuales; y solo hay que advertir que en lo sucesivo tomaron

los escritores las noticias de las obras latinas que tenian á la mano, ó bien hablaron sin bastante inteligencia, ó con poca critica. El maestro Florian de Ocampo se explica de esta manera. » Son estas leguas una cierta distancia, llamada de tal nombre, que los españoles usan en sus caminos, poniendo por cada legua cuatro mil pasos tendidos, y por cada cual de estos pasos cinco pies de los comunes, ni muy grandes ni muy pequeños; asi que en cada legua tenga 20000 pies de estos tales. Bien es verdad, que por algunas provincias nuestras tasan hoy dia las leguas algo mayores, como son las de Cataluña, y en otras algo menores, como son las del camino que traen los extrangeros para Santiago de Galicia, etc. (a).''

Igualmente vago es lo que se encuentra en los escritos de historiadores y de geógrafos de nuestra nacion; por lo que omitiendo multiplicaciones de citas, añadiremos solamente lo que dice uno de nuestros escritores.

Martin Cortés que escribia por los años de 1551, dice: » Para nuestro propósito daremos á cada legua 3000 pasos, y á cada paso 5 pies, y asi tendrá cada legua 15000 pies. En las cartas de marcar que tuviesen los grados á $16\frac{2}{3}$ leguas, diremos que de éstas contiene la tierra

(a) *Cron. general de Esp. tom.* 1. 1791, *pag.* 4.

y agua 6000 leguas. En las cartas de marear que tuvieren á $17\frac{1}{2}$ leguas por grado; de éstas diremos que contiene 6300 leguas."

Parece pues que Martin Cortés daba al grado $16\frac{2}{3}$ leguas, de 15000 pies cada una; ó bien 250000 pies, ó 50000 pasos. Veámos qué género de pies son estos. »Los Latinos, dice, cuentan por millas, los Griegos por estadios, España y Francia por leguas, los Egipcios por signos, los Persas por saguas; mas todos conforman en que 4 granos de cebada hacen un dedo, 4 dedos una mano, 4 manos un pie geométrico, 5 pies un paso geométrico (porque 2 pasos simples hacen 5 pies); 125 pasos geométricos un estadio, 8 estadios una milla, que son mil pasos, 3 millas una legua (a)."

Sin embargo de la poca exactitud con que se explica este autor, se descubre, á mi parecer, el fundamento de su cómputo. Plinio y otros valúan la milla romana en 8 estadios; y estos estadios son el estadio griego ú olímpico de 625 pies romanos, que hacen 125 pasos dobles ó geométricos. De consiguiente parece que nuestro Cortés hace la legua de 15000 pies romanos, y da al grado 400 estadios ó 50 millas romanas.

En todos tiempos se ha visto esta confusion de ideas y de medidas, y en el dia en que se

---

(a) *Brev. Comp. de Esfera y del Arte de navegar, etc. Sevilla* 1551; *fol.* 23. *vuelto.*

busca mas exactitud, y la proporcionan los progresos de las ciencias, no hay cosa mas comun que ver libros traducidos ó copiados, en que no se sabe de qué medidas se trata. Plinio, de quien parece tomó Martin Cortés los datos que emplea, confundió todos los estadios antiguos valuándolos siempre en 8 millas romanas. Es pues de creer que nuestros escritores antiguos referian las leguas á un pie ideal, ó no buscaban la exactitud en la expresion.

Vengamos ahora á ver el enlace ó sistema de las medidas lineales, tal cual se arregló en tiempo del rey don Alonso.

Pie.							
5.	Pasada.						
25	5.	Cordel de la Corte.					
2500.	500.	100.	Media milla.				
5000.	1000.	200.	2.	Mígero ó milla.			
15000.	3000.	600.	6.	3.	Legua.		
400000	80000.	16000.	160.	80.	26.	Grad. ter.	
36000000.	7200000.	1440000.	14400.	7200.	2400.	90.	cuarto del mer.

En tiempos posteriores hablan varios de nuestros escritores de una *legua comun* de 4000 pasos geométricos ó 20000 pies; y esta legua se llamó así por ser la que estaba en uso generalmente en España, á causa de que ésta es la distancia que se anda regularmente en una hora; y así es que la legua de los pueblos antiguos coincide con ella. Esta legua comun ú horaria la autorizó el rey don Felipe II, mandando que por legua se entendiese en los pleitos la legua comun, esto es, la legua que se usa en el pais; la cual siendo, como queda dicho, el camino que comunmente se anda en una hora, solo se necesitaba fijarla en 20000 pies, ó por mejor decir, en 4000 pasos geométricos, ó 4 millas de 1000 pasos. El paso doble es la unidad á que se refieren las leguas, y no al pie, y menos á la vara: por eso no debe estrañarse como un defecto el que la legua no contenga un número cabal de varas.

Adoptada esta legua, y que el grado terrestre es de 400000 pies, en números redondos, y sin ser del caso presente el que haya diferencia con los resultados últimos, veámos el sistema de medidas lineales que debemos á la sabiduría de nuestros mayores.

Pies							
5.	Pasada ó paso geométrico.						
25.	5.	Cordel de la Corte.					
2500.	500.	100.	Media milla.				
5000.	1000.	200.	2.	Milla ó mígero.			
10000.	2000.	400.	4.	2.	Media legua.		
20000.	4000.	800.	8.	4.	2.	Legua.	
400000.	80000.	16000.	160.	80.	40.	20	Grado terrestre.

MEDIDAS Y PESAS DE ESPAÑA.

Las medidas y pesas no son unas mismas en toda España; en especial las de Aragon, Cataluña y Valencia son distintas de las demas provincias, y aun en éstas hay alguna variedad.

Por Real orden de 26 de enero de 1801 (ley v. tit. IX. lib. IX. de la Novis. Recop.) se mandó llevar á efecto la igualacion de pesos y medidas, tantas veces recomendada en distintos tiempos, cuya operacion se adelantó hasta que hubo de suspenderse por los sucesos de 1808.

Medidas de longitud.

El *pie* es la raiz de nuestras medidas lineales ó de longitud. Divídese por mitades sucesivas en 16 partes iguales ó *dedos*, los cuales se subdividen por mitades sucesivas.

Tambien se divide el pie por mitades en 4 partes iguales, y cada una de éstas en 3 partes, de donde resulta la division del pie en 12 partes iguales ó *pulgadas*. La *pulgada* se subdivide del mismo modo en 12 partes iguales, ó *líneas*, y la línea en 12 *puntos*.

La vara es medida de mercaderes, compuesta de dos medidas de un pie y medio, ó *codos*.

La vara se divide de dos maneras, con relacion á las dos divisiones distintas del pie.

Primera division de la vara.

Diez y seis avos.

16.	Dedo.					
48	3.	Media octava.				
96	6	2	Octava ó coto.			
192.	12	4	2.	Cuarta ó palmo mayor.		
384.	24	8	4	2.	Media vara ó codo.	
768	48	16.	8	4	2.	Vara.

Segunda division de la vara.

Línea.

12.	Pulgada.				
36	3.	Palmo menor.			
72	6	2.	Sexma.		
144	2	4.	2.	Tercia ó *pie*.	
432	36	12.	6.	3.	Vara.

El *estado* es de 6 pies ó 2 varas, la estatura regular del hombre.

La *braza* ó *brazada* es tambien de 6 pies; la abertura de los brazos, que es igual á la altura del hombre.

Medidas itinerarias.

La unidad de las medidas itinerarias es el *paso doble* de 5 pies, á que suelen llamar *paso geométrico*, y en las leyes antiguas *pasada*. De estas unidades se compone la legua, y es un error comparar ésta con la vara.

La *legua* es la unidad lineal que se usa para medir distancias en los caminos. Antiguamente la unidad era la *milla*, ó 1000 pasos dobles.

La *legua* antigua y legal era de 3 millas ó 3000 pasos dobles ó 15000 pies.

La legua comun y mas usada por acercarse á la legua horaria era de 4 millas, ó 4000 pasos dobles ó 20000 pies.

En el año de 1766 se mandó que la legua de los caminos nuevos fuese de 8000 varas ó 24000 pies; de donde resultaba una legua que no tenia relacion con la unidad itineraria.

En el año de 1800 se mandó que la legua fuese de 4000 pasos, ó 20000 pies, ó de 4 millas.

Esta legua se aproxima á la de 20 en grado nonagesimal, pues de ellas tiene el grado 19938 leguas, segun el último valor que se da al grado.

Pie.			
5.	Paso, pasada.		
5000.	1000.	Mígero, ó milla.	
20000.	4000.	4.	Legua.

	Pies españoles.	Pasos id.
Cuadrante del meridiano. . .	35889220.	7177844.
Grado centesimal	358892, 2.	71778,44.
Grado nonagesimal.	398769,11.	79753,77.
Legua de 20 al grado centes.	17944 61.	3588 92.
Legua de 25 al grado centes.	14355 68.	2871,13.
Legua de 20 al grado nonag.	19938,46.	3987,69.
Legua de 25 al grado nonag.	15950 76.	3190,13.
Milla de 60 al grado nonag.	6646,15.	1329,23.

Medidas de superficie.

El *estadal* es la unidad á que suelen referirse las medidas de superficie ó agrarias.

El estadal es muy vario en España, y aun sus nombres son tambien varios.

En algunas operaciones legales se ha usado el de 12 pies de largo, ó 144 pies cuadrados, y á él nos referiremos.

La *fanega ó fanegada* es varia, tanto por referirse á distintos estadales, como por el número de ellos. En general se ha llamado *fanega de tierra* al terreno en que se puede sembrar una fanega de trigo.

Aqui adoptaremos la fanega de 576 estadales cuadrados.

La fanega de tierra suele dividirse como la de granos en 12 celemines ó almudes, y el almud en cuatro cuartillos. El *almud* de tierra es pues de 48 estadalés cuadrados, y el cuartillo de 12.

Son muchas las medidas agrarias que con

diferentes nombres usan en varias provincias, asi en tierras de riego como de secano.

La *aranzada* ó *alanzada* (un tiro de lanza) es medida usada en especial para las viñas. Se gradua en 400 estadales cuadrados, ó es el cuadro de 20 estadales de lado.

Conócese tambien la *yugada* que es de 50 fanegas de tierra, y la *caballería* que es de 60 fanegas.

Medidas cuadradas de España.

Líneas cuadradas.

144.	Pulgada cuadrada.				
20736.	144.	Pie cuad. (256 dedos cuad.)			
186624.	1296.	9.	Vara cuad.		
746488.	5184.	36.	4.	Braza cuad.	
	20736.	1.44.	16.	4.	Estadal. c.

Legua cuadrada... 40000000 pies cuad.
Id...................... 2777777,77 estad. cuad.
Id...................... 4822,53 fanegas.
Id...................... 6944,44 aranzada.

Reduccion de medidas cuadradas.

N.º	Estadales á pies.	Estadales á varas.	Fanegas á estadales.	Fanegas á varas.
1.	144.	16.	576.	9216.
2.	288.	32.	1152.	18432.
3.	432.	48.	1728.	27648.
4.	576.	64.	2304.	36864.
5.	720.	80.	2880.	46080.
6.	864.	96.	3456.	55296.
7.	1008.	112.	4032.	64512.
8.	1152.	128.	4608.	73728.
9.	1296.	144.	5184.	82944.
10.	1440.	160.	5760.	92160.

N.º	Almudes á estadales.	Almudes á varas.	Aranzadas á estadales.	Aranzadas á varas.
1.	48.	768.	400.	6400.
2.	96.	1536.	800.	12800.
3.	144.	2304.	1200.	19200.
4.	192.	3072.	1600.	25600.
5.	240.	3840.	2000.	32000.
6.	288.	4008.	2400.	38400.
7.	336.	5376.	2800.	44800.
8.	384.	6 44.	3200.	5.200.
9.	432.	6912.	3600.	57600.
10.	480.	7680.	4000.	64000.

Medidas cúbicas.

Línea cúbica.				
1728	Pulgada cúbica.			
2.986024	1728.	Pie cúb. (4096 dedos cúbicos.)		
. . . . .	46656.	27.	Vara cúbica.	
. . . . . .	373248.	216.	8.	Braza cúbica.

Reduccion de medidas cúbicas.

N.o	Brazas á varas.	Varas á pies.	Pies ó pulgadas á pulgadas ó líneas.
1.	8.	27.	1728.
2.	16.	54.	3456.
3.	24.	81.	5184.
4.	32.	108.	6912.
5.	40.	135.	8640.
6.	48.	162.	10368.
7.	56.	189.	12096.
8.	64.	216.	13824.
9.	72.	243.	15552.

Medidas de capacidad.

Divídense en dos especies, á saber: 1.ª de áridos ó cosas secas, 2.ª de líquidos.

Medidas de áridos.

Se cuenta por fanegas, aunque la medida mayor que está en uso es la media fanega, cuyo original es una ánfora romana.

La division de la *fanega* es realmente en 12 celemines ó almudes: las demas divisiones se hacen por mitades sucesivas. Así la fanega se divide en 2 medias fanegas y en 4 cuartillas. El celemin se divide en 2 medios celemines, 4 cuartillos; el cuartillo en 4 ochavos, y el ochavo en 4 ochavillos.

El cahiz es de 12 fanegas.

Pulgadas cúbicas.

370.	Celemin.		
4440.	12.	Fanega.	
53280.	144.	12.	Cahiz.

La cabida de la fanega en agua destilada á la temperatura de 15 grados del termómetro centígrado, es de. . . . . 120 lib. 8 onzas.

La del celemin. . . . . . 10 lib. $\frac{2}{3}$ onzas.

Medidas de líquidos.

Son de tres especies: 1.° para el vino, vinagre y demas líquidos: 2.° para la leche: 3.° para el aceite. Sus divisiones y nombres son como sigue:

Copa.				
4.	Cuartillo (hay su mitad)			
16.	4.	Azumbre (hay su mitad).		
128.	32.	8.	Cántara ó arroba (id.)	
	512.	128.	16.	Moyo, ó modio.

La medida para la leche es la azumbre, que es igual á 5 cuartillos de la medida del vino.

Las medidas para el aceite estan arregladas al peso, y solo se usan por la comodidad de medir en lugar de pesar. Asi la medida de arroba, contiene una arroba de peso de aceyte. Divídese como la arroba de peso en 25 libras, y la libra en 2 medias libras, y en 4 cuarterones ó *panillas*.

La cabida de la cántara ó arroba de vino es de 1289 pulgadas cúbicas: la del azumbre 161 $\frac{1}{8}$

Contiene de agua destilada á 15 grados del termómetro centrigrado, y bajo la presion barométrica de 30 pulg. y 6 lín. . . 35 libras

La azumbre. . . . . 4 lib. 6 onzas

La medida de arroba de aceite tiene de cabida 1003,53 pulg. cúbicas: la lib. 40, 14 pulgadas cúbicas.

Contiene en agua destilada á la temperatura de 15 grados centesim. y á la presion barométrica de 30 pulg. 6 lín. . . 27 lib. 4 onzas.

La libra, ó [illegible] de la arroba. 1 lib. 1 $\frac{1}{25}$ onz.

El modio contiene 2578 pulg. cúbicas, y de agua destilada 560 libras.

De las pesas.

La division y composicion de las pesas es de tres maneras, una para los usos comunes, otra para la moneda y peso del oro y la plata, y otra para los boticarios.

En todas ellas la onza es una misma.

Pesas de uso comun.

Adarme.				
16.	Onza.			
256.	16.	Libra.		
6400.	400.	25.	Arroba.	
	1600.	100.	4.	Quintal.

En algunas partes usan el arrelde de 4 libras.
La onza se divide tambien en media y cuarta; y lo mismo la libra y la arroba.
Cahiz de yeso en crudo. . 80 arrobas.
Cahiz de yeso cocido. . . . 60 id.
La *tonelada* es de 20 quintales.

Pesas para el oro y plata.

Grano.					
12.	Tomín.				
36.	3.	Adarme.			
72.	6.	2.	Ochava.		
576.	48.	16.	8.	Onza.	
4608.	384.	128.	64	8.	Marco.

Pesas medicinales.

Granos						
4.	Carácter.					
12.	3.	Obolo (igual al tomin).				
24.	6.	2.	Escrúpulo.			
72.	18.	6.	3.	Dracma (igual á la ochava).		
576.	144.	48.	24.	8.	Onza.	
6912.	1728.	576.	288.	96.	12.	Libra.

PESAS Y MEDIDAS DE FRANCIA.

En Francia hay dos géneros de pesas y medidas, que ambos se necesitan conocer, á causa de las muchas obras que hay escritas en aquella nacion, y cuya lectura será útil por muchos siglos. De ambos daremos aqui noticias.

Pesas y medidas anteriores á las adoptadas últimamente.

En Francia no habia un patron exacto de la toesa hasta que Mr de la Condamine propuso que se adoptase el que habia servido para la medicion del grado terrestre en el Perú (Mem. de l'Acad des Scienc. 1772). El uso que se hizo de ella fue á la temperatura de 13 grados de Reaumur, á la cual se ajustaron las medias toesas que sirvieron para las medidas de las bases en el Perú y en el Norte. Esta toesa es la que se adoptó no obstante la opinion de Mr Mairan, quien pretendió que se adoptase la que él poseía y habia empleado en sus delicadas observaciones sobre la longitud del péndulo. A esta toesa de Mr. de Mairan se refieren tambien otras operaciones y entre ellas las observaciones barométricas de Mr. de Luc, quien la usó en la graduacion de sus barómetros y en la medicion de la altura de varios montes. Por tanto importa conocer su relacion con la de la Academia,

que asi llaman á la otra que se adoptó como original.

La relacion de la toesa de Mr. de Mairan á la de la Academia es como 10367 á 10368.

Pie de Mr. de Mairan: 0,99990355 pies de la Academia ó: 143,986111 líneas del pie de la Academia.

Pie de la Academia 1,0000964 pies de Mr. de Mairan ó: 144,013888 líneas de Mr. de Mairan.

Línea.

12.	Pulgadas		
144.	12	Pies	
864.	72	6	Toesas

La braza (*brasse*) ó brazada es de 5 pies franceses.

La *ona* ú *ana* (aune) de París es de 3,66 pies franceses.

El estadal ó pértiga (perche) es vario; y los mas generales son de 18, y de 22 pies franceses. Este último es el que llamaban *estadal real*, y el primero es el estadal de París.

La legua comun francesa era de 2280 toesas, la cual es proximamente de 25 al grado.

La legua de 20 al grado, es proximamente de 2850 toesas.

Medidas de superficie.

El *arpent* ó fanega de tierra es vario en Francia, pues aunque por lo comun es de 100 estadales cuadrados, estos son diferentes.

El estadal cuadrado de 22 pies franceses es de. . . . . 484 pies cuad.

El estadal cuad. de 18 pies es de. 324 id.

El *arpent* ó fanega, segun conste de 100 estadales cuadrados de una de las dichas dos clases será á saber:

Arpent real. . . . . 48400 pies cuad.
Arpent de París. . . . . . 32400 id.

Medidas de capacidad.

En la arquitectura y obras públicas se usa medir la solidéz por una basa de una toesa en cuadro, y contar las alturas por pies, pulgadas y líneas. Así el pie de toesa cúbica es un sólido que tiene por base una toesa en cuadro, y por altura un pie.

Línea de toesa cúbica.

4.	Pie cúbico.			
12.	3.	Pulg. de toes. cúb.		
144.	36.	12.	Pie de toes. cúb.	
864.	216.	72.	6.	Toes. cúb.

Para las maderas.

La *solive* es un paralelepipedo cuya basa tiene 72 pulg. cuadradas francesas, y de largo 72 pulg. ó 6 pies franceses, contándose siempre sobre dicha basa.

Línea de solive.

12.	Pulgada de id.				
144	12.	Pie de id.			
288	24.	2.	Pie cúbico.		
864	72.	6.	3.	Solive ó pieza.	
. . .	7200.	600	300.	100.	Cent de bois de Charpente.

Medidas de aridos.

El *boisseau* tiene 655,78 pulg cúb. de Franc. Dividese en 16 *litrones*. El *setier* es de 12 boisseaux: el *muid* ó tonelada es de 12 setiers.

El boisseau para la sal es igual al anterior: dividese en 6 *mesures* ó medidas, y en 16 litrones: el setier es de 16 boisseaux.

Medidas de liquidos.

La *pinta* tiene 46, 95 pulg. cúb. y se divide en 2 chopines. La velta tiene 375, 6 pulg cúbicas, y es igual a 8 pintas. El *muid* tiene 2 feuilletes, 4 quartauts, ó 36 veltas.

Pesas.

Grano.					
24.	Dinero ó escrúpulo.				
72	3	Grueso ó dracma.			
576	24	8.	Onza.		
4608	192	64.	8	Marco.	
9216	384.	128	16	2	Libra.

Libra.		
100.	Quintal.	
1000	10.	Millar.

La libra para la seda es de 15 onzas.

Nuevas medidas de Francia.

El metro es la diezmillonesima parte del cuarto del meridiano terrestre.

Divídese el metro por dieces sucesivos en diez decimetros, cien centrimetros, mil milimetros, etc.

Las medidas compuestas son el decametro ó 10 metros; el hectometro ó 100 metros; el

kilometro ó 1000 metros; y el miriametro ó 10.000 metros. El cuarto del meridiano se divide en 100 grados: cada grado tiene 10 miriametros, ó 100.000 metros.

Medidas de superficie.

El *ara* es el cuadrado del decametro.

Divídese el ara en 10 deciaras, y 100 centiaras ó metros cuadrados. La decara es de 10 aras.

La hectara es el hectometro cuadrada, ó 100 aras: la kilara es igual á diez hectaras: la miriara es de 100 hectaras, ó el cuadrado del kilometro.

Medidas de capacidad.

Para la leña hay el *stere*, que es igual al cubo del metro.

La kilolitra es igual al cubo del metro. La litra es el decimetro cúbico: divídese en 10 decilitras, 100 centilitras, etc. La decalitra es de 10 litras; la hectolitra es de 10 decalitras, ó 100 litras; y la kiloitra es de 1000 litras.

Pesas.

La *kilograma* es la milesima parte del metro de agua pura en su mayor grado de condensacion: ó bien es igual á un decimetro cúbico de agua pura.

La grama es la milesima parte del kilograma, é igual á un centrimetro cúbico de agua pura en su mayor grado de condensacion.

El decagrama es de 10 gramas: el hectagrama es de 100 gramos. El quintal es de 100 kilogramas, y el millar de 10 quintales.

Nota. No todas estas medidas sirven en el uso comun. En este sirven las siguientes:

Medidas de longitud.

Metro, decimetro, centimetro y milimetro.

Medidas itinerarias.

Decametro, kílometro y miriametro.

Medidas agrarias.

Hectara, ara y centiara.

Medidas de líquidos.

Decalitra, litra y decilitra.

Medidas de áridos.

Kilolitra, hectolitra, decalitra y litra.

Medidas de solidéz.

Estera y decistera.

Pesas.

Millar, quintal, kilogramma, hectogramma, decagramma, gramma y decigramma.

Correspondencia de las medidas nuevas de Francia con las antiguas.

MEDIDAS LINEALES.

	Pies.	Toesas.
Cuarto del meridiano.	30784440.	5130740.
Grado centesimal. . .	307844,40.	51307,40.
Miriametro.	30784,440.	5130,740.
Kilometro.	3078,4440.	513,0740.
Hectometro.	307,84440.	51,30740.
Decametro.	30,784440.	5,130740.
Metro.	3,0784440	0,513074.
	Pulgadas.	**Líneas.**
Decimetro.	3,6941328.	44,3296.
	Anas de Paris.	
Metro.	0,84144.	
	Estadales de 22.	**Estad. de 18 pies.**
Decametro.	1,3990202.	1,710247.

Medidas cuadradas.

FRANCIA.	FRANCIA.
	Pies cuad.
Miriara (kilometro cuadrado).	9476817,5.
Kiliara.	947681,75.
Hectara (hectometro cuad.).	94768,175.
Decara.	9476,8175.
Ara (decametro cuad.). . .	947,68175.
Deciara.	94,768175.
Centiara (metro cuad.). . .	9,4768175.
	Pulg. cuad.
Decimetro cuadrado.	13,646617.
	Lin. cuad.
Centimetro cuadrado. . . .	19,651134.
	Toes. cuad.
Metro cuadrado.	0,26324193.
	Estadales reales.
Decametro cuadrado.	0,19580214.
	Arpents reales.
Hectara.	0,19580214.
	Estadales de París.
Decametro cuadrado.	0,29249437.
	Arpents de París.
Hectara.	0,29249437.
	Pies cuad.
Legua de 20 al grad. centes.	23690437.
Legua de 20 al grado nonag.	20249480.
Legua de 25 al grado nonag.	187196303.

Medidas cúbicas.

FRANCIA.	FRANCIA.
Metro cúbico.	29,173851852 pies cúb.
Metro cúbico.	50412,416 pulg. cúb.
Decimetro cúbico. . .	50,412416 id.
Metro cúbico.	87112692,579 lin. cub.
Milimetro cúbico. . .	0,0871126,925796 lin. c.
Metro cúbico.	0,135064128946 toes. c.
Stere (metro cúbico.).	9,72462 solives.
Kilolitra (met. cúb.).	
Hectolitra.	2,9173851852 pies cúb.
Decalitra.	0,29173851852 id.
Litra (decimetro cúb.)	50,412416 pulg. cúb.
Decilitra.	5,0412416 id.
Centilitra.	0,50412416 id.
Decalitra.	1,342184 veltas.
Litra.	1,073717 pintas.
Decilitra.	0,053687 chopines.
Kilolitra.	0,533836 muids.
Hectolitra.	0,640604 setiers.
Decalitra.	0,768724 boisseaux.
Litra.	1,229959 litrons.

Pesas.

FRANCIA.	FRANCIA.
	Lib. Onz. Och. Gr.
Metro cúbico de agua pura.	2042 14. 0. 14.
Id.	2042,8765190970 libras.
Millar (metro cúb. de agua).	
Miriagramma.	20,428765190970 libras.
Kilogramma.	2,0428765190970 libras.
Hectogramma.	3,268602 onzas.
Decagramma.	2,614882 ochav.
Gramma.	18,82715 gran.
Decigramma.	1,882715 id.
Centigramma.	0,1882715 id.
Miligramma.	0,01882715 id.
etc.	

Correspondencia de las medidas antiguas de Francia con las nuevas.

FRANCIA.	FRANCIA.
Cuadrante del meridiano.	10.000 000 metros.
Grado nonagesimal. . . .	111111,11 id.
Legua de 20 al gr. nonag.	5555,55 id.
Legua de 25 al gr. nonag.	4444,44. id.
Milla de 60 al grado . .	1851,75. id.
Toesa.	1,94903631 metros.
Pie.	0,32482938 id.
Pulgada.	2,70699457 centimet.
Linea.	2,25582906 milimet.
Ana de París.	1,18891215 metros.
Estadal real.	7,14646647 metros.
Estadal de París.	5,84710893 id.

Medidas cuadradas.

FRANCIA.	FRANCIA.
Toesa cuadrada. . . .	3,79874254 metr. cuad.
Pie cuadrado.	105520,626028 milim. c.
Pulgada cuadrada. . .	732,7821252 id.
Línea cuadrada. . . .	5,0887647583 id.
Estadal real cuadrado.	51,071982998 met cuad.
Estadal de Paris cuad.	34,188682833 id.
Arpent real.	0,51071983 hectaras.
Arpent de Paris. . . .	0,34188683 id.

Medidas cúbicas.

FRANCIA.	FRANCIA.
Toesa cúbica. . .	7,403987136 metros cúbicos.
Pie cubico. . . .	34,27725526 decim cubic.
Pulgada cubica. .	19,83637457 centim cubic.
Linea cubica. . .	11,47538343 milim. cubic.
Velta.	7,450542 litras.
Pinta.	0,931318 id.
Chopina.	0,465659 id.
Litron	0,813019 litras.
Boisseau.	13,008298 id.
Setier.	1,560996 hectolitras.
Muid ó tonelada.	18,731940 id.

Pesas.

FRANCIA.	FRANCIA.
Grano.	0,0531147837 gramm.
Grueso ú ochava. . .	3,824264427 id.
Onza.	30,594115413 id.
Libra.	0,48950584660,80 kilog.
Quintal (100 libras).	48,950584660980 id.
Tonelada de mar. .	979,011693219610 id.

Correspondencia de medidas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Pies.	Varas.
Pie.	1,16582388.	0,3886075.
Toesa.	6,99494033.	2,33164608.
Ana de París. . . .	0,474293.	1,42288.
		Leguas.
Legua de 2850 toes.	19935,7.	0,996784.
Legua de 2280 toes.	15948,6.	0,797429.
		Estadales.
Estadal real. . . .	25,648114.	2,137343.
Estadal de París. .	20,984821.	1,748736.

Medidas cuadradas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Pies cuad.	Varas cuadr.
Pie cuadrado. . . .	1,359144417.	0,151016012.
Toesa cuadrada. . .	48,929190017.	5,436576663.
		Estad. cuad.
Estadal real cuad. .	657,825779.	4,5682346.
Estadal de París. .	440,362712.	3,0580744.
Arpent real.	65782,578.	456,82346.
Arpent de París. .	44036,271.	305,80744.
	Fanegas.	Aranzadas.
Arpent real.	0,793097.	1,142059.
Arpent de París. .	0,530916.	0,764519.

Medidas cúbicas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Pies cúbicos.	Varas cúb.
Pie cúbico	1,5345221.	0,058686.
Toesa cúbica.	342,256765.	12,676176.
	Pulg. cúb.	Celemines.
Litron.	63,544.	0,1755.
Boisseau.	1059,098.	2,8084.
		Fanegas.
Setier.	12469,174.	2,8084.
Modio ó tonelada.		33,7005.
		Azumbres.
Chopina.	37,197.	0,23086.
Pinta.	74,393.	0,46171.
		Cántaras.
Velta.	595,146.	0,46171.
Pinta de aceite.		1,8533 lib.
Velta de aceite.		0,59305 arr.

Pesas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Granos.	
Grano.	1,063928.	. . . . .
Escrúpulo ó dinero.	12,76714.	1,063928 tomines.
Grueso, ochava ó dracma. . .	76,60282.	1,063928 ochavas.
Onza.	612,8225.	1,063928 onzas.
Marco.	4902,580.	1,063928 marcos.
Libra.	9805,160.	1,063928 lib.
Quintal.		1,063928 quint.
Millar.		10,63928 quint.

Reduccion de medidas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Pies.	Varas.
Cuarto del meridiano.	3588922,0.	11963073.
Grado centesimal. . . .	358892,2.	119630,73.
Miriametro.	35889,22.	11963,073.
Kilometro.	3588,922.	1196,3073.
Hectometro.	358,8922.	119,63073.
Decametro.	35,88922.	11,963073.
Metro.	3,588922.	1,1963073.
	Pulgadas.	Líneas.
Metro.	43,067064.	516,801768.
Decimetro.	4,3067064.	51,6804768.
Centimetro:	0,4306706.	5,15804768.
Milimetro.		0,51680477.
	Brazas.	Estadales.
Decametro.	5,981537.	2,990768.
	Pasos.	Leg. de 200.000 pies.
Miriametro. . . .	7177,84.	1,794461.
Kilometro.	717,784.	0,179446.

Medidas cuadradas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Pies cuad.	Estadal. cuad.
Metro cuadrado (centiara).	12,8803611211.	0,08944695.
Decametro cuadrado (ara)	1288,03611211.	8,94469523.
Hectometro cuadrado (hectara).	128803,611211.	894,469523.
Kilometro cuadrado (miriara).	12880361,1211,	89446,9523.
	Pulg. cuad.	Lineas cuad.
Metro cuad . . .	1854,772[illegible].	267[illegible],1[illegible]2.
	Fanegas.	Aranzadas.
Miriara.	155,25975.	223,61738.
Hectara.	1,5548955.	2,2361738.

Medidas cúbicas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Pies cúb.	Varas cúb.
Metro cub. (stere)	46,2266.1395.	1,712096718.
	Pulgadas.	Lineas.
Decimetro cub. .	79,87953449	138031,9220.
		Fanegas.
Kilolitra (met. cub)		17,990[illegible]974.
Hectolitra		1,7990[illegible]974.
	Cántaras.	
Decalitra.	0,[illegible]1970197.	0,17990897.
	Azumbre.	Celemines.
Litra (decimet. cub.)	0,[illegible]6158.	0,21[illegible]077.
	Arrobas.	Libras.
Decalitra de aceite. .	0,795[illegible]5.	19,[illegible]9712.
Litra de aceite.		1,9[illegible]9712.

Pesas.

FRANCIA.	ESPAÑA.	
	Granos	
Decigramma. .	2,00307333.	
Gramma. . . .	20,0307333.	
Decagramma. .	200,307333.	2,782046 ochavas.
Hectogramma .	2003,07333.	3,477558 onzas.
Kilogramma. . .	20030,7333.	4,346947 marcos.
Kilogramma. . .	2003,07333.	2,173474 libras.
	Libras.	
Miriagramma.	21,73474.	0,869389 arrob.
Quintal (100 kilog.).	217,3474.	2,173474 quint.
Millar (10quint)	2173,474.	21,73474 id.

Medidas lineales.

ESPAÑA.	FRANCIA.	
	Pies.	Toesas.
Pie.	0,85776286.	0,14296048.
Vara.	2,57328857.	0,42888143.
Braza.	5,14657714.	0,85776296.
Legua de 20 000pies.	17155,25.	2859,21.
Estadal. . -	10,293154.	1,715526.
	Estadales reales.	Estad. de Paris.
Estadal.	0,467871.	0,567953.

Medidas cuadradas.

ESPAÑA.	FRANCIA.	
	Pies cuad.	Toesas cuad.
Pie cuadrado . . .	0,73575712	0,0204377.
Vara cuadrada. . .	6,62181407	0,1839393.
Braza cuadrada. . .	26,4872563	0,7357571.
Legua cuadrada. . .	294302847.	8175079 1.
Estadal cuad. . . .	105,949025	2,9430285.

	Estad. reales cuad.	Est. de París c.
Estadal cuadrado. .	0,21890294.	0,32700316.
Fanega.	126,088096.	188,353822.
Aranzada.	87,561178.	130,801266.
	Arpent real.	Arpent de París.
Fanega, ...	1,26088096.	1,88353822.
Aranzada.	0,87561178.	1,30801266.

Medidas cúbicas.

ESPAÑA.		FRANCIA.
Pie cubico. . . .	0,631105129.	0,002921783.
Vara cúbica. . . .	17,03983847.	0,078887941.
Braza cubica. . .	136,3187078.	0,631105129.
	Pulg. cúb.	Boisseaux.
Celemin.	213,5089.	0,32558.
Fanega.	2562,107.	3,90696.
		Veltas.
Cantara.	813,4945.	2,165853.
		Pintas.
Libra de aceite. . .	25,33332.	0,539581.
		Veltas.
Arroba de aceite. .	633,3329.	1,68619.

Pesas.

ESPAÑA.		FRANCIA.
	Granos.	
Gráno	0,93991322.	
Tomin.	11,278959.	0,93991322 escrúp.
Ochava. . . .	67,673752.	id. . . . . . ochav.
Onza.	541,39002.	id. . . . . . onzas.
Marco.	4331,1201.	id. . . . . . marcos.
Libra.	8662,2402.	id. . . . . . libras.
Arroba.		0,23497830 quint.

Medidas lineales.

ESPAÑA.	FRANCIA.
Pie.	0,278635356 metros.
Pulgada.	0,23219613 decimetros.
Linea.	1,9349677 milimet.
Vara.	0,8359061 metros.
Braza.	1,67181214 id.
Estadal.	3,34362427 id.
Legua.	5,572707 kilometr.

Medidas cuadradas.

ESPAÑA.	FRANCIA.
Pie cuadrado.	0,077637662 metros cuad.
Pulgada cuad. . . .	3,3914348 centim. cuad.
Linea cuadrada. . .	3,744052 milimet. cuad.
Vara cuadrada. . . .	0,698739 metros cuad.
Braza cuadrada. . . .	2,794956 id.
Estadal cuad.	0,111798 decamet. cuad.
Aranzada.	0,4471929 hectaras.
Fanega de tierra. ...	0,643958 id.

Medidas cúbicas.

ESPAÑA.	FRANCIA.
Pie cúbico.	21,6325975 decimet. cub.
Pulgada cúbica. . . .	12,5188643 centim cub.
Línea cúbica.	7,2447131 milimet cub.
Vara cubica.	0,5840801 metros cub.
Braza cúbica.	4,6726411 id.
Celemin.	4,6319798 litras.
Fanega.	0,5558375 hectolitras.
Cahiz.	6,6700509 id.

Azumbre.	2,0171020	litras.
Cántara.	1,6136816	decalitras.
Libra de aceite. . . .	0,5025222	litras.
Arroba de aceite. . .	1,2563056	decalitras.

Pesas.

ESPAÑA.	FRANCIA.	
Grano.	0,9984657	decigram.
Tomin	1,1981585	gramma.
Ochava.	0,3594475	decagr.
Onza.	0,287558	hectogram.
Marco.	0,2300465	kilogr.
Adarme.	0.17972	gramm.
Onza.	0,0287558	kilog.
Libra.	0,460093	kilog.
Arroba.	11,502325	id.
Quintal.	0,460093	quintales.
Tonelada.	9,20196	id.
Grano	0,9984657	decagram.
Carácter.	0,199693	gramma.
Obolo.	0,599079	gramma.
Escrupulo.	0,1198158	decag.
Dracma.	0,3594475	decag.
Onza	0,287558	hectog.
Libra de 12 onzas . . .	3,4507	id.

Valiendo la hectolitra	Equivale la fanega
á 1 franco.	á 2,0474 rs. vn.
á 10 fr.	á 20,474 id.
&c.	&c.

MEDIDAS Y PESAS DE INGLATERRA.

El pie (foot) se divide en 12 pulgadas (inchs) y la pulgada en 12 líneas.

Medidas inglesas.	ESPAÑA.
Pie.	1,0939 pies.
Codo (*cubit*) de 1½ pie. . . .	1,64085 id.
Yard (3 pies).	3,2817 id.
Yard.	1,0939 varas.
Paso (5 pies).	5,4595 pies.
Fathom (estado), 6 pies. . .	6,5634 id.
Pole (pértiga), 11 codos. . .	18,0493 id.
Id.	1,5041 estadal.
Ell ó vara, de 45 pulg. . .	1,3674 varas.
Furlong, ó estadio, 660 pies.	721,974 pies.
Milla, de 8 estadios.	1,1552 millas.

Medidas cuadradas.

INGLATERRA.	ESPAÑA.
Pie cuadrado.	1,1966 pies cúb.
Codo cuadrado.	2,6924 id.
Pole, ó pértiga cuad. . . .	2,2624 estad. c.
Rood, *obolata terrae*. . .	90,496 est. cuad.
Acre legal, 4 roods. . . .	0,6284 fanegas.
Solidata terrae, 12 acres.	7,5413 id.
Liberata terrae, 240 acres.	150.83 id.

Medidas cúbicas.

INGLATERRA.	ESPAÑA.
Pie cúbico.	1,30898 pies cúb.
Gallon, para líquidos (231 pulg. cúb.).	302,374 pulg. cúb.
Gallon para áridos (269 pulgad. cúb.)	352,116 id.
Bushel (2152 pulg. cúb.) .	28 6,93 id.

Medidas de líquidos.

Gallon — 2 pintas.	1,8767 azumbres.
Barrel — 31½ gallons. . .	7,3893 cántaras.
But, ó pipa — 2 hogshead — 4 barrels.	29,5571 id.
Tun—2 pipas—3 punchion.	59,1142 id.
Gallon de aceite, 7½ libras.	7,3917 lib.
Tun para el aceite—236 galones.	69,7774 arrobas.
Gallon para la cerbeza. . .	2,291 azumbres.

Medidas de áridos.

INGLATERRA.	ESPAÑA.
Gallon — 269 pulg. cúb.— 2 pottles — 8 pintts. . .	0,7953 celemines.
Bushel—4 pecks—8 gallons.	6,3623 celemines.
Quarter—2 combs.—4 strikes — 8 bushels.	4,2416 fanegas.
Last — 2 wey — 10 quarters.	3,5346 cahices.

Bushel de harina blanca, pesa 56 libras. . . . . . 55,19 libras.
El tenn para el carbon de piedra se divide en 2 keels ó 16 chaldrons, el chaldron es de 4073 pulgadas cúb. mas de. . . . . 9 fanegas.

Pesas.

Peso de troy para el oro, plata, perlas, piedras preciosas, pan y granos.

Grano.. . . . . 1,29778 granos.
Onza — 20 penny-weight — 480 granos. . . . . 1,081484 onzas.
Libra — 12 onzas. . . . . . 0,811114 libras.

Pesas medicinales.

Onza — 8 dracmas — 24 escrúpulos — 480 granos. 1,081484 onzas.
Libra — 12 onzas. . . . . 1,081484 lib. medic.

Peso avoirdupois para el comercio.

Pound ó libra — 16 onzas — 256 dracmas. . . . . . . 0,985557 lib.
Hundred ó quintal — 112 lib. 110 3824 lib.
Tun — 20 hundred. . . . . 22,0765 quint.

ESPAÑA.	INGLATERRA.
Pie.	0,91416118 pies.
Vara.	0,91416118 yardas.
Braza.	5,484967 pies.
Estadal.	0,66484 pértigas.
Milla.	0,86568 millas.
Legua. . . , ...	3,462732 millas.
Pie cuadrado. . . .	0,83569 pies cuad.
Estadal cuadrado. .	0,44202 pértigas cuad.
Fanega.	1,5913 acres.
Aranzada..	1,10505 acres.
Pie cubico.	0,76396 pies cúb.
Azumbre.	0,53287 galons.
Celemin.	0,22505 bushels.
Grano.	0,7705455 granos troy.
Onza.	0,9246546 onzas troy.
Libra.	1,2328728 lib. troy.
Libra.	1,014554 lib. avoirdupois.
Quintal.	0,90535 hundreds.

Valiendo el cuarter	Equivale la fanega
á 1 esquelin.	á 1,0732 rs. vn.
10 id.	á 10,732 id.
&c.	&c.

MEDIDAS Y PESAS DE PORTUGAL.

PORTUGAL.	ESPAÑA.
Craveiro ó palmo — 8 pulg.	9,53855 pulgadas.
Covado ó codo — 3 craveiros.	2,38464 pies.
Vara — 5 craveiros. . . .	1,3248 varas.
Braza — 2 varas.	
Legua.	1,1111 leguas.
Pulgada cúbica.	1,69504 pulg. cúb.
Pote—6 cavadas—24 cuartillos.	4,3132 azumbres.
Almude — 2 potes.	1,0783 cántaras.
Tonel — 2 botas — 50 almudes — 100 potes. . .	
Alqueira.	3,033 celemines.
Fanega — 4 alqueiras. . .	1,011 fanegas.
Moyo — 15 fanegas. . . .	
Grano.	0,9976895 granos.
Libra — 2 marcos — 16 onzas — 128 ochavas — 9216 granos.	0,9976895 lib.
Rottolo — 12 libras. . . .	11,97227 lib.
Arroba — 32 libras. . . .	1,27704 arrobas.
Quintal — 4 arrobas. . . .	

ALEMANIA.	ESPAÑA.
Pie de Viena, 12 pulgadas: 144 lin	1,13466 pies.
Klaft r de Viena.	6,80796 id.
Metzen de Viena, 3364, 6 pulg. cub	1,107 faneg.
Eimer de Viena, 3096, 6 pulg. cub.	28,075 azumbres.
Maas de Viena.	0,7019 id.
Libra de Viena, 2 marcos: 16 onzas	1,2204 lib.
Centner ó quintal.	1,2204 quint.
Libra medicinal de Alemania.	1,03733 lib medic.
Grano de dicha libra. . . .	1,2448 gran.
Pie del Rin.	1,1189 pies.
Rhute, ó pértiga del Rin, 12 pies	13,4268 id.
Milla de Alemania, 24000 pies del Rin.	26854 pies. 5,3708 millas.

ROMA.	ESPAÑA.
Palmo de los arquitectos, 12 onzas.	0,8018 pies.
Pie.	1,069 id.
Cana de los arquitectos, 10 palmos	8,018 id.
Palmo de ara.	0,4488 id.

PESAS DE VARIOS PUEBLOS.

		Granos de España.
ESPAÑA	Marco, 8 onzas.	4608
AMSTERDAM	Marco, 8 onzas — 5120 as.	4925
BERGAMO	Libra, 12 onzas — 9216 granos.	6516,6
BERLIN	Marco, 16 loths —	4690
BERNA	Marco, 16 loths — 3808 granos.	4945
BONN	Marco, 16 loths. —	4680
BRESCIA	Libra, 12 onzas — 9216 granos.	6389
BRUXELAS	Marco, 8 onzas — 5120 as	4925
COLONIA	Marco, 16 loths —	4684,5
CONSTANTINOPLA	Cheki, 100 dracmas — 6400 granos.	6388
COPENHAGUE	Marco, 16 loths — 512 hellers.	4722
DANTZITK	Marco, 16 loths —	4676,5
DRESDE	Marco, 16 loths —	4676,5
FLORENCIA	Libra, 12 onzas — 6912 gran	6800,5
FREIBERG	Marco, 16 loths —	4675
GENOVA	Libra, 12 onzas — 6912 gran.	6351,6
HAMBURGO	Marco, 16 loths — 65536 richtpiennings-theile.	4681

		Granos de España.
LIEJA.	Marco, 8 onzas — 5120 as.	4928
LISBOA.	Marco, 8 onzas — 4608 gran.	4594
LIVORNO.	Marco, 12 onzas — 6912 gran.	6800,5
LONDRES.	Libra, troy, 12 onzas — 5760 gran.	7470
LUCA.	Marco, 12 onzas — 6912 gran.	6766
MALTA.	Marco, 12 onzas — 6912 gran	6342
MANHEIM.	Marzo, 16 loths —	4674
MILAN.	Libra, 12 onzas — 6912 gran.	4708
MUNICH.	Marco, 16 loths —	4685
NAPOLES.	Libra, 12 onzas — 7200 auna.	6425
PADUA.	Libra, 12 onzas — 9216 gran.	6220
PISTOYA.	Libra, 12 onzas — 6912 gran.	6235
RATISBONA.	Marco, 128 coronas—	8605
ROMA.	Libra, 12 onzas — 6912 gran.	6358
SCENNE.	Libra, 12 onzas — 6912 gran.	6347,5
ESTOCKOLMO.	Marco, 16 loths —	8511,5
STUTGARD.	Marco, 16 loths —	4684,25
TREVISO.	Libra, 12 onzas — 9216 gran.	6377
TURIN.	Marco, 8 onzas — 4608 gran.	4926,25

:

VARSOVIA.	Libra.	8132 5
VENECIA.	Libra, 12 onzas — 9216 gran.	6783,6
VERONA.		6625
VIENA.	Marco, 16 loths — 256 pfenning.	5620

DE LA LONGITUD DEL PÉNDULO QUE OSCILA LOS SEGUNDOS.

La importancia de esta materia es grande, y por eso se han hecho tantas observaciones con suma escrupulosidad. El célebre Borda hizo sobre esto un trabajo original que otros han imitado. En este lugar solo trato de dar algunos resultados.

La expresion de la lóngitud del péndulo decimal que oscila 100 000 segundos en un dia solar medio en una latitud cualquiera L en el vacío y al nivel del mar, es, en metros, segun la deduce M. Biot de sus experimentos, en su *Astronomía Física, tomo III*, *pág.* 168. *segunda edicion*,

$$0,^{m}7397035\text{2}6 + 0,^{m}0039136892 \text{ sen.}^{2} L.$$

Esta expresion supone la longitud del péndulo en Paris algo mayor de lo que resulta de los experimentos de M. Borda, bien que la

diferencia es tan corta, que no llega á un cienmilesimo del metro.

Multiplicando dicha expresion por el cuadrado de $\frac{100000}{86400}$, se tendrá la longitud del péndulo que oscila los segundos sexagesimales ó comunes, y será

$$0,^{m}9909009 + 0,^{m}00524275 \text{ sen.}^2 \text{ L.}$$

Multiplicando esta expresion por la razon que tiene el metro con el pie español, se tendrá la longitud del péndulo que oscila los segundos sexagesimales, en el vacio, al nivel del mar y en pies españoles, á saber:

$$3,556266 + 0,0188158 \text{ sen.}^2 \text{ L}$$

ó bien si se quiere el coseno del ángulo doble será

$$3,565674 — 0,0094079 \text{ cos. } 2 \text{ L.}$$

Y en líneas del pie español tendremos

$$512,1023 + 2,709475 \text{ sen.}^2 \text{ L.}$$

ó bien

$$513,457 — 1,354737 \text{ cos. } 2 \text{ L.}$$

TABLA

de la longitud absoluta del péndulo que oscila los segundos sexagesimales en varias latitudes, en el vacío y al nivel del mar.

Latitudes.	Largo del pendulo en líneas.	Latitudes.	Largo del péndulo en líneas.
0.°	512,102	45	513,457
10	512,184	48 50′14″	513,638
20	512,419	50	513,692
30	512,780	60	514,134
36.° 22′	513,055	70	514,495
40	513,222	80	514,730
40. 25′	513,241	90	514,812

Llamando l la longitud del péndulo en una latitud cualquiera, tendremos pues

$$l = 512,1023 + 2,709475 \text{ sen.}^2 \text{ L.}$$

Si llamamos λ la longitud del péndulo en el ecuador, en donde $\text{L} = 0$, será

$$\lambda = 512,1023 \text{, y de consiguiente}$$

$$l = \lambda (1 + 0,00529089 \text{ sen.}^2 \text{ L.})$$

ó bien si se quiere el coseno del duplo de L, será

$$l = \lambda (1,0026545 - 0,0026545 \cos. 2 \text{L})$$

Del mismo modo si llamamos λ' la longitud del péndulo en la latitud de 45 grados, en donde $\text{L} = 45,^{\circ}$ tendremos $\lambda' = 513,457$; y de consiguiente

$$l = \lambda' (0,9973615 + 0,00527693 \text{ sen.}^2 \text{ L})$$

ó bien

$$l = \lambda' (1 - 0,0026385 \cos. 2 \text{L})$$

Para abreviar haremos $0,0026385 = \text{E}$, y tendremos

$$l = \lambda' (1 - \text{E.} \cos. 2 \text{L}) .$$

Como el valor de $1 - \text{E.} \cos. 2 \text{L}$ tiene varios usos en la Física, me ha parecido útil poner aqui las dos tablas siguientes.

Latitudes.	Valores de $1 - E. \cos. 2 L.$	Latitudes.	Valores de $1 - E. \cos. 2 L.$
0.°	0,99736.5	29	0,9986028
1	0,9973631	30	0,9986807
2	0,9973079	31	0,9987613
3	0.9973760	32	0,9988434
4	0,9973872	33	0,9989268
5	0,9974016	34	0,9990116
6	0,9974192	35	0 9990976
7	0,9974399	36	0.9991847
8	0,9974637	36 22′	0,9992168
9	0,9974906	37	0,9992727
10	0,9975206	38	0,9993617
11	0,9975536	39	0'9994514
12	0,9975896	40	0,9995418
13	0 9976285	40.° 25′	0,9995796
14	0,9976703	41.°	0,9996328
15	0.9977227	42	0,9997242
16	0,9977624	43	0,9998159
17	0,9978126	44	0,9999079
18	0,9978654	45	1,0000000
19	0,9979208	46	1,0000921
20	0,9979738	47	1,0001841
21	0,9980352	48	1,0002758
22	0,9981020	48° 50′ 15″	1,0003524
23	0,9981671	49	1,0003672
24	0,9982345	50	1,0004585
25	0,9983040	51	1,0005486
26	0,9983756	52	1,0006383
27	0,9984491	53	1,0007273
28	0,9985246	54	1,0008153

Latitudes.	Valores de 1 – E. cos. 2 L.	Latitudes.	Valores de 1 – E. cos. 2 L.
55	1,0069024	73	1,0021874
56	1,0009884	74	1,0022376
57	1,0010732	75	1,0022773
58	1,0011566	76	1,0023297
59	1,0012387	77	1,0023715
60	1,0013193	78	1,0024104
61	1,0013982	79	1,0024464
62	1,0014754	80	1,0024794
63	1,0015509	81	1,0025094
64	1,0016244	82	1,0025363
65	1,0016960	83	1,0025601
66	1,0017655	84	1,0025808
67	1,0018329	85	1,0025984
68	1,0018980	86	1,0026128
69	1,0019608	87	1,0026240
70	1,0020212	88	1,0026321
71	1,0020792	89	1,0026369
72	1,0021346	90	1,0026385

Latitudes.	Valores de − E. cos. 2 L.	Logaritmos E. cos. 2 L.	
0.°	−0,0026385	7.4213571	90
1	−0,0026369	7.4210925	89
2	−0,0026321	7.4202979	88
3	−0,0026240	7.4189714	87
4	−0,0026128	7.4171099	86
5	−0,0025984	7.4147086	85
6	−0,0025808	7.4117615	84
7	−0,0025601	7.4082612	83
8	−0,0025363	7.4041987	82
9	−0,0025049	7.3995634	81
10	−0,0024794	7.3943421	80
11	−0,0024464	7.3885230	79
12	−0,0024104	7.3820873	78
13	−0,0023715	7.3750173	77
14	−0,0023297	7.3672920	76
15	−0,0022773	7.3574192	75
16	−0,0022376	7.3497776	74
17	−0,0021874	7.3399313	73
18	−0,0021346	7.3293147	72
19	−0,0020792	7.3178892	71
20	−0,0020212	7.3056111	70
21	−0,0019608	7.2924306	69
22	−0,0018980	7.2782912	68
23	−0,0018329	7.2631284	67
24	−0,0017655	7.2468680	66
25	−0,0016950	7.2294246	65

26	—0,0016244	7.2106991	64
27	—0,0015509	7.1905758	63
28	—0,0014754	7.1689188	62
29	—0,0013982	7.1455668	61
30	—0,0013193	7.1203271	60
31	—0,0012387	7 0929664	59
32	—0,0011566	7 0631991	58
33	—0,0010732	7.0306704	57
34	—0,0009884	6 9949325	56
35	—0,0009024	6.9554088	55
36	—0,0008153	6 9113795	54
36.22′	—0,0007832	6.8938493	
37	—0,0007273	6 8616952	53
38	—0,0006383	6.8050323	52
39	—0,0005486	6 7392360	51
40	—0,0004582	6.6610273	50
40.25′	—0,0004204	6.6236699	
41	—0,0003672	6 5649124	49
42	—0,0002758	6.4105917	48
43	—0,0001541	6.2629416	47
44	—0,0000921	5.5641763	46
45	—0,0000000	. . . .	45

Las longitudes de los péndulos, están, segun es sabido, en razon inversa de los cuadrados de las distancias al centro de la tierra. Si l', l son las longitudes de dos péndulos, R, R + a sus distancias al centro en una misma vertical, se tendrá

$$l' = l \frac{R^2}{(R+a)^2}$$

y aproximadamente

$$l' = l\left(1 - \frac{2a}{R}\right) = l - \frac{2al}{R}$$

Por el contrario si se tiene la longitud del péndulo en una altura R + a y se quiere reducir á la altura R, se tendrá

$$l = l' \frac{(R+a)^2}{R^2}$$

ó aproximadamente

$$l = l'\left(1 + \frac{2a}{R}\right) = l' + \frac{2al'}{R}$$

Por medio de esta fórmula, si se ha observado la longitud l' del péndulo en una altura a sobre el nivel del mar, se hallará la correccion que ha de hacerse para tener su longitud al nivel del mar en donde R es el radio de la tierra.

Ambas fórmulas pueden representarse por ésta

$$l = l' \pm \frac{2al'}{R}$$

El signo + servirá cuando se ha observado la longitud del péndulo en una altura R + a del centro de la tierra, y se quiere reducir á la altura R, ó al nivel del mar, en cuyo caso R es el radio de la tierra: el signo — sirve cuando es dada la longitud del péndulo al nivel del mar, ó á una distancia R del centro de la tierra, y se busca la longitud del péndulo en una altura R + a.

El término $\pm\ l' \frac{a}{\frac{1}{2}R}$ es pues la correccion que debe hacerse á la longitud l' del péndulo en los dos casos mencionados. El coeficiente $\frac{a}{\frac{1}{2}R}$ puede calcularse para varios valores de a, ó para diferentes alturas, y formarse una tabla para el caso de suponerse R igual en todos los puntos de la superficie de la tierra.

Si tomamos el radio de la tierra á los 45 grados de latitud, será R = 22847904 pies = 7615968 varas, y se formará la tabla siguiente.

Valores de *a*.	Valores de $\frac{a}{\frac{1}{2}R}$
Varas.	
10.	0,0000026260656⁶⁶
20.	0,0000052521
30.	0,0000078782
40.	0,0000105042
50.	0,0000131303
60.	0,0000157564
70.	0.0000183824
80.	0,0000210085
90.	0,0000236345
100.	0,0000262606566

Es facil continuar esta tabla cuanto se quiera en el caso de necesitarse; pero tal vez es mas expedito y seguro cuando hay que calcular muchas observaciones valerse de los logaritmos. He aqui lo necesario para el efecto.

Sea el semi-ege mayor de la tierra R; el menor R′, y adoptando que la elipticidad es $\frac{R - R'}{R'} = \frac{1}{308,65} = 0,00324$, será

$R = 2288486$ pies españoles.
$= 7628282$ varas.
$R' = 22810701$ pies.
$= 7603367$ varas.

$\left.\begin{array}{l}\text{Log. } R = 7.3595481. \\ \text{Log. } R' = 7.3581387.\end{array}\right\}$ en pies.

Latitud de 40.°25′ $R'' = 0,9986541$. $R = 22854046$ pies.

Latitud 45.° . . . $R''' = 22847919$ pies. $= 7615973$ varas.

Logaritmos de los radios de la tierra, siendo la elipticidad $\frac{1}{308,65}$

Latitudes.	Logaritmos.	Latitudes.	Logaritmos.
0	0.0000000		
1	9.9999996	21	9.9998205
2	9.9999983	22	9.9998039
3	9.9999962	23	9.9997866
4	9.9999932	24	9.9997687
5	9.9999894	25	9.9997503
6	9.9999848	26	9.9997313
7	9.9999793	27	9.9997118
8	9.9999730	28	9.9996917
9	9.9999658	29	9.9996712
10	9.9999579	30	9.9996502
11	9.9999492	31	9.9996288
12	9.9999396	32	9.9996070
13	9.9999293	33	9.9995848
14	9.9999183	34	9.9995622
15	9.9999064	35	9.9995393
16	9.9998939	36	9.9995162
17	9.9998806	37	9.9994927
18	9.9998666	38	9.9994690
19	9.9998519	39	9.9994451
20	9.9998365	40	9.9994210

41	9.9993967	66	9.9988257
42	9.9993724	67	9.9988076
43	9.9993479	68	9.9987901
44	9.9993233	69	9.9987732
45	9.9992987	70	9.9987569
46	9.9992741	71	9.9987413
47	9.9992496	72	9.9987264
48	9.9992250	73	9.9987122
49	9.9992006	74	9.9986987
50	9.9991763	75	9.9986859
51	9.9991521	76	9.9986739
52	9.9991281	77	9.9986626
53	9.9991042	78	9.9986521
54	9.9990806	79	9.9986424
55	9.9990573	80	9.9986335
56	9.9990343	81	9.9986254
57	9.9990115	82	9.9986182
58	9.9989892	83	9.9986117
59	9.9989671	84	9.9986062
60	9.9989455	85	9.9986014
61	9.9989243	86	9.9985975
62	9.9989036	87	9.9985945
63	9.9988833	88	9.9985923
64	9.9988636	89	9.9985910
65	9.9688444	90	9.9985906

De la fuerza de la gravedad.

La intensidad ó fuerza aceleratriz de la gravedad se mide por el espacio que correria el cuerpo si continuase moviéndose uniformemente con la velocidad adquirida al fin del primer segundo de su caida. Esta fuerza se determina por medio de la longitud del péndulo. Si t es el tiempo de una oscilacion, l la longitud del péndulo, π la razon de la circunferencia al diámetro, y g la fuerza de la gravedad, se tiene, segun es sabido,

$$t^2 = \pi^2 \frac{l}{g}$$

Y haciendo $t = 1''$ se tendrá

$$g = \pi^2 l$$

Asi, por ejemplo, en el ecuador donde $l = 512,102$ líneas, ó bien $l = 3,55626$ pies, se tendrá

$$g = 35,0989 \text{ pies.}$$

Y en la latitud de 45 grados, donde $l = 513,457$ líneas, se tendrá

$$g = 35,1917 \text{ pies.}$$

TABLA

de la fuerza de la gravedad en varias latitudes, al nivel del mar y en el vacío.

Latitudes.	G. Pies.
0.	35,0989.
10.	35,1045.
20.	35,1206.
30.	35,1454.
36. 22′	35,1642.
40.	35,1757.
40. 24′ 57″	35,1770.
45.	35,1917.
48. 50′ 14″	35,2042.
50.	35,2072.
60.	35,2382.
70.	35,2629.
80.	35,2790.
90.	35,2846.

Si se llama l' la longitud del péndulo en otra latitud, y g la fuerza de la gravedad, se tendrá tambien $g' = \pi l'$, y por consiguiente

$$\frac{g}{g'} = \frac{l}{l'}$$

Si λ es la longitud del péndulo en el ecuador, y γ la intensidad de la gravedad, tendremos $\frac{g}{\gamma} = \frac{l}{\lambda}$; y sustituyendo el valor de $\frac{l}{\lambda}$, hallado antes, tendremos

$$g = \gamma(1 + 0{,}00529089 \text{ sen.}^2 \text{ L.})$$

Si λ' es la longitud del péndulo en la latitud de 45 grados, y γ' la intensidad de la gravedad, tendremos igualmente $\frac{g}{\gamma} = \frac{l}{\lambda}$; y sustituyendo el valor hallado antes, tendremos

$$g = \gamma' \left(1 - 0{,}0026385 \text{ cos. } 2 \text{ L}\right)$$

ó bien para abreviar

$$g = \gamma' \left(1 - \text{E. cos. } 2 \text{ L}\right)$$

Esta última fórmula es diferente de la que se encuentra en varios autores, quienes ponen

$$g = \gamma' \left(1 - 0{,}002837 \text{ cos. } 2 \text{ L}\right)$$

Esta diferencia depende de haber tomado los autores distintos datos sin atender á rec-

tificarlos y concordarlos. La fórmula que yo doy se funda, segun se ha visto; en la de la longitud del péndulo, y los resultados de ésta estan acordes con los de aquella.

Como el coeficiente de γ' es el mismo que el de la fórmula para la longitud del péndulo, se ve que aqui tienen aplicacion las tablas que dimos antes.

La fuerza de la gravedad en distintas alturas en una misma vertical, está como la longitud de los péndulos en razon inversa de los cuadrados de las distancias al centro de la tierra. Si llamamos pues g, g' las fuerzas de la gravedad en dos alturas del centro R, $R + a$, tendremos tambien

$$g = g' \pm \frac{2a}{R} g'$$

Siendo pues R el radio de la tierra, si g' representa la fuerza de la gravedad en una altura a sobre el nivel del mar, se usará del signo positivo para hallar g en el nivel del mar. Si g' representa la fuerza de la gravedad al nivel del mar, se usará del signo negativo para hallar la fuerza de la gravedad g en la altura a.

La expresion de la intensidad ó fuerza de la gravedad que hemos dado antes manifiesta que el peso de los cuerpos, que es proporcional á la fuerza de la gravedad, debe variar segun la latitud; mas como en todos los cuerpos varía en la misma proporcion, no puede advertirse la diferencia por medio de los ins-

trumentos para pesar, pues si la masa A se equilibra con la masa B en un parage, igualmente se equilibrará en otra latitud la masa n A con la masa n B. Sin embargo en las sustancias compresibles y elásticas podrá esto tener un influjo que en muchos casos será de importancia. Por ejemplo, un volumen de aire tendrá distinto peso en diferentes latitudes, si la altura del barómetro es una misma.

En efecto una misma altura del azogue en el barómetro no representa igual presion en latitudes diferentes, pues el peso de la coluna de azogue no es el mismo en todas partes. Sea p la presion ó el peso de la coluna h del azogue en una latitud, y q la de igual coluna en otra latitud; y como los pesos ó las presiones son proporcionales á las fuerzas de la gravedad, llamando á estas g, g', se tendrá $\frac{p}{q} = \frac{g}{g'}$ Si p es la presion en una latitud L, g la fuerza de la gravedad en la misma latitud, p' la presion en la latitud de los 45 grados, y γ' la fuerza de la gravedad en la misma, se tendrá $\frac{p}{p'} = \frac{g}{\gamma'}$; y sustituyendo el valor hallado antes de $\frac{g}{\gamma'}$, se tendrá

$$\frac{p}{p'} = 1 - \text{E} \cos. 2 \text{L}.$$

y tambien $\frac{p'}{p} = \frac{1}{1 - \text{E} \cos. 2 \text{L}}.$

Sièndo pues p' la presion que egerce una coluna de azogue h' en los 45 grados de latitud, se tendrá que la presion que egerce la misma coluna en cualquiera latitud L es

$$p = p' \, (1 - \text{E. cos. } 2 \text{ L.})$$

Sea P el peso de un volumen determinado de gaz ó de aire atmosférico bajo la presion barométrica p en una latitud L: en la latitud de los 45 grados la presion será p; y de consiguiente llamando P el peso de dicho volumen bajo esta presion, será $\frac{\text{P}}{\text{P}} = \frac{p}{p}$; y sustituyendo, se tendrá

$$\text{P} = \text{P} \frac{1}{1 - \text{E cos. } 2 \text{ L.}}$$

Este será el peso del volumen de gaz en los 45 grados dado el peso P de dicho volumen en la latitud L, siendo una misma la altura del barómetro.

Si se tiene el peso P de un volumen de gaz en los 45 grados, á cierta altura del barómetro, se tendrá que el peso de igual volumen en una latitud L, y siendo igual la altura del barómetro será

$$\text{P} = \text{P} \; (1 - \text{E. cos. } 2 \text{ L})$$

Igualmente si h, h' son las alturas del azogue en el barómetro en distintas latitudes, y g, g las fuerzas de la gravedad en las mismas,

se tendrá que para que las presiones sean iguales, ó los pesos de dichas colunas de azogue, han de ser sus alturas h, h' en razon inversa de las fuerzas de la gravedad; esto es

$$\frac{h}{h} = \frac{g}{g}$$

Si γ' es la fuerza de la gravedad en la latitud de 45 grados, y g la fuerza misma en una latitud L, se sabe ya que

$$\frac{g}{\gamma} = 1 - \text{E. cos. 2 L.}$$

y de consiguiente la coluna h en una latitud L, que pesará lo mismo que la coluna h en los 45 grados, será

$$h = \frac{h}{1 - \text{E. cos. 2 L}}$$

Igualmente se tiene

$$h = h\,(1 - \text{E cos. 2 L.})$$

Cuya fórmula servirá para hallar la altura h' del azogue que en los 45 grados de latitud, tendrá igual peso que otra coluna dada h en la latitud L.

Nota. Con el fin de evitar á otros que pierdan el tiempo como á mí me ha sucedido, me ha parecido útil advertir aqui que en el *tra-*

tado de Geodesia de L. Puissant, tomo II, pág. 340 y 341, se encuentran equivocaciones muy notables. La expresion de la longitud del pendulo que saca de

$$0{,}996823 + 0{,}00549745 \text{ sén.}^2 \text{ H},$$

la multiplica por la longitud del péndulo en el ecuador, sin advertir que aquella expresion se refiere á la longitud del péndulo en París, que es la que se ha tomado por unidad. En consecuencia todo lo demas que allí sigue está errado, y es muy extraño que no advirtiese el autor su equivocacion al ver que saca la longitud del péndulo en el ecuador mayor que la de París.

Si se toma la longitud del péndulo en París de $0{,}^m 741904$, que es la que emplea el autor, resultará que la longitud del péndulo en una latitud L, será

$$l = 0{,}^m 7395470 + 0{,}^m 004078580 \text{ sen.}^2 \text{ L}.$$

Si L = o, esto es, en el ecuador, la longitud del péndulo será

$$0{,}^m 7395470.$$

M. Puissant saca esta longitud de

$$0{,}^m 7419494,$$

á consecuencia de las equivocaciones en que al parecer incurre.

La longitud l del péndulo que aqui pone-

mos, es pues la que se deduce de las observaciones del péndulo hechas en diferentes latitudes por varios observadores. Si se emplea el coseno del ángulo doble, se tendrá

$$l = 0,^{m}7415863 - 0,^{m}00203929 \cos 2L$$

Y tomando por unidad la longitud λ del péndulo en los 45 grados, será

$$l = \lambda' \, (1 - 0,0027499 \cos. 2L.)$$

Hemos adoptado antes el resultado que nos dan los experimentos hechos por M. Biot, por la exactitud con que estan hechos, y no poderse contar con la misma en las observaciones hechas por otros en distintos puntos de la tierra. Del resultado de Biot sale la elipticidad de la tierra de 0,003359, ó bien $\frac{1}{297,7}$

Parece que M. Puissant ha seguido á Mr. de Laplace en lo que va dicho antes, y despues de examinar atentamente este punto, nos ha parecido conveniente advertir en este lugar la dificultad que hemos encontrado.

En la Mecánica Celeste tom. II, pag. 149 saca Laplace $z = 0,99687$; $y = 0,005$[illegible]99, que son los valores correspondientes á la ecuacion de la longitud del péndulo en una latitud L, á saber:

$$l = z + y \operatorname{sen.}^2 L.$$

Hemos notado que Laplace ha tomado por

unidad la longitud del péndulo en París, y sin embargo procede como si la unidad fuese la longitud del péndulo en el ecuador; y en esta suposicion saca la elipticidad de la tierra de $\frac{1}{321,48}$

Parece que habiendo tomado por unidad la longitud del péndulo en París, y tomando ésta, como la toma Laplace, de $0,^m 741887$, será la longitud del péndulo en cualquier latitud L, la siguiente:

$$l = 0,^m 739564 + 0,0040998 \text{ sen.}^2 L.$$

Y si se quiere tomar por unidad la longitud l del péndulo en el ecuador, ó bien hacemos $l = 0,^m 739564$, será

$$l = l \; (1 + 0,0055573 \text{ sen.}^2 L).$$

De aqui se inferirá que la elipticidad de la tierra es $0,00865 - 0,0055573 = 0,003093$, ó lo que es lo mismo $\frac{1}{323,32}$

Valiéndose de otro método determina el mismo Mr. Laplace (pág. 150) los valores de $z = 0,99676$, y $= 0,0056724$, y halla la elipticidad de $\frac{1}{335,78}$. Sobre esto nos ocurre la misma duda que antes. La expresion de la longitud del péndulo que es

$$l = 0,99676 + 0,0056724 \text{ sen.}^2 L,$$

se refiere segun nos parece á la longitud del péndulo en Paris, que es la que se ha tomado por unidad. En esta inteligencia se debe tener

$$l = 0,^{m}\ 739483 + 0,0042083\ \text{sen.}^2\ L.$$

Y tomando por unidad la longitud del péndulo en el ecuador, será

$$l = l\ \ (1 + 0,0056909\ \text{sen.}^2\ L)$$

Esto da la elipticidad de 0,002959, ó $\frac{1}{337,92}$

DEL TERMÓMETRO.

Aunque de esto se habla en la carta XIV, diremos aqui algo mas, aunque brevemente.

Este instrumento es muy comun, pero no lo es el estar construido con perfeccion. En general la construccion de instrumentos de Física y Astronomía se ha perfeccionado muchísimo desde que los sabios uniéron sus luces á las de los artistas. El termómetro ha llamado la atencion de los que han necesitado exactitud en ciertas observaciones, sin la cual los resultados mas atrasan que adelantan la ciencia. Su uso en la Física y la Química es tan general, y tan necesario, que con razon

se atiende en el dia á la perfeccion de este instrumento. Sin embargo su construccion era imperfecta, y estaba poco conocida en los libros. En el año de 1800 publiqué yo en los *Anales de la Historia Natural* que se imprimian en Madrid, número 5, una memoria sobre la construccion de los termómetros, de cuyo mérito podrá juzgarse, leyendo lo que despues han publicado otros, en especial *Dubuat* en el tomo III de sus *Principios de Hidráulica y de Hidrodinamica*, y *Biot* en el tomo 1 de su *tratado* de *Física Experimental*. Aqui nos ceñirémos á pocos puntos.

En mi memoria citada puse una tabla para señalar el punto del agua hirviendo, á fin de que corresponda á la presion atmosférica que se tiene al nivel del mar: la cual tabla estaba fundada en los experimentos de D. Agustin de Betancourt. En el tratado de Física de Biot se encuentra otra tabla deducida de experimentos hechos por Dalton, y que pondrémos en otro lugar, por servir como la que trae Betancourt para este y otros fines. Véase el artículo que ponemos *sobre la fuerza elástica del vapor del agua*.

Escalas de los termómetros.

Vamos á poner aqui la fórmula que dimos en la *memoria sobre la construccion de los termómetros* (Anales de Historia Natural núm. 5) para convertir los grados de una escala en los de otra.

Sea el número de grados que se señala en el término fijo inferior. . . . . m

El del término fijo superior. . . . . . m'

Un número de grados cualquiera. . . . x

Sean n, n', z las que representen las mismas cosas en otra escala, y se tendrá

$$\frac{x - m}{m' - m} = \frac{z - n}{n' - n}$$

Supongamos ahora que se quieren reducir los grados de la escala de Farenheit á los de Reaumur, en cuyo caso será

$m = 32; m' = 212; m' - m = 180; n = 0; n' - n = 80;$

y por consiguiente $\frac{x - 32}{180} = \frac{z}{80}$

de donde se saca,

$$z = \frac{4}{9}\left(x - 32\right)$$

por cuya fórmula se reducirán los grados x de Farenheit á los z de Reaumur.

Del mismo modo se sacará la fórmula para reducir los grados de Reaumur á los de Farenheit, y será

$$x = \frac{9z}{4} + 32.$$

Para reducir los grados de Farenheit á los del termómetro centigrado, se tendrá

$$z = \frac{9}{5}\left(x - 32\right)$$

Y para reducir los del termómetro centígrado á los de Farenheit, será

$$x = \frac{5z}{9} + 32$$

Para reducir los grados de Reaumur á los sentesimales, se tendrá

$$z = \frac{5}{4}\ x.$$

Y para reducir los centesimales á los de Reaumur, se tendrá

$$x = \frac{4}{5}\ z.$$

DEL BARÓMETRO.

Las observaciones del barómetro necesitan de algunas correcciones para deducir la altura verdadera, ó hacer comparables las observaciones.

Correccion del nivel.

Hay barómetros de nivel constante, y estos no necesitan de esta correccion. Muchos se inclinan á este género de barometros; pero hasta ahora yo prefiero los de nivel variable

con cubeta cilíndrica, por razones que no pertenecen á este lugar.

En estos barómetros en que varía el punto de donde empiezan á contarse las alturas de la coluna de azogue, es menester corregir las observaciones para tener las alturas verdaderas.

Supongamos que cuando se arregla el nivel del azogue de la cubeta para que corresponda al punto del principio de la escala, esté el azogue en el tubo á la altura A. Si el barómetro sube y señala la altura A, bajará el nivel en la cubeta, y la altura A no será la verdadera, sino que habrá que añadirle lo que ha bajado en la cubeta; á lo que llamándolo x, la altura corregida será A + x.

Es claro que la cantidad de azogue que ha subido en el tubo es igual á la que ha bajado en la cubeta, y tendremos dos cilindros iguales de diferente diámetro y altura. Si llamamos r el radio del tubo, y R el de la cubeta; A′ la altura observada y x la que ha bajado el azogue en la cubeta, tendremos que la correccion es

$$x = \frac{r^2}{R^2} (A - A)$$

ó haciendo $\frac{r}{R} = \rho$; tendremos

$$x = \rho^2 (A' - A)$$

Dada pues la razon entre los diámetros del tubo y la cubeta, y dada la altura A en que

se fijó el nivel del azogue en la cubeta, se tendrá la correccion x de la altura A′; y dando á A valores sucesivos, se formará una tabla de correcciones. Llamando B la altura corregida, será

$$B = A' + \rho^2 (A' - A)$$

Si suponemos que sea $\rho = 0,1$, y que

sea $A = 364$ lín.. será $x = 0,01 \ A' - 3,64.$
Si $A = 392$ lín.. será $x = 0,01 \ A' - 3,92.$

Si suponemos $A' - A = \pm 1$,

$$\text{será } x = \pm \rho^2;$$

es decir la correccion por cada línea que varie la altura del azogue en el tubo será igual al cuadrado de la razon entre los diámetros del tubo y la cubeta. Así en el caso de ser dicha razon la de 1 á 10, ó $\rho = 0,1$, la correccion será $+ 0,01$ de línea por cada línea que suba ó baje el barómetro; positiva si sube y negativa si baja á uno y otro lado de la altura A.

Correccion de las observaciones del barómetro por la diferencia de temperatura.

El azogue se dilata por el calor, y por tanto una misma coluna de azogue podrá repre-

sentar distinta presion, si es diferente la temperatura; por lo cual es menester reducir las alturas observadas á lo que serian en cierta temperatura, para compararlas.

Amontons fue el primero que dijo que era menester corregir estas observaciones, y para ello formó una tabla (a). Los progresos de las luces son siempre lentos, y las verdades con que ahora estamos familiarizados han sido en otro tiempo combatidas ó puestas en duda. La Hire (b), du Fay (c), Beigton (d), y otros contradijeron á Amontons, á pesar de la evidencia de su proposicion. De Luc llamó la atencion y fijó las ideas sobre este punto, porque conoció la necesidad de la exactitud, y porque entonces empezó á conocerse su utilidad y necesidad en la Física. Desde entonces las ciencias han progresado, y los sabios se han dedicado particularmente á conocer y mejorar los instrumentos que sirven para señalar la cantidad de los efectos.

La dilatacion del azogue ha sido objeto de muchos experimentos. Lavoisier y Laplace hallaron que desde la temperatura del yelo que se liquida hasta la ebulicion del agua, la di-

---

(a) *Memoires de l' Academie de Sciences de Paris*, 1704, *pag.* 164 *y sig.*
(b) *Memoires de l' Acad.* 1709.
(c) *Ib.* 1723.
(d) *Philosophical Transactions*, 1738.

latacion del azogue era $\frac{100}{5412}$ del volumen primitivo. Ultimamente MM. Petit y Dulong han encontrado que dicha dilatacion es $\frac{100}{5550}$. Con este motivo M. Laplace volvió á examinar las observaciones que hizo con M. Lavoisier, y en efecto ha encontrado algun error en la redaccion, y halla que la dilatacion debia ser de $\frac{100}{5522}$. Aqui adoptaremos el resultado de MM. Petit y Dulong y sentaremos que la dilatacion del azogue, es

Por un grado centesimal. . . . . . . $\frac{1}{5550}$

Por un grado de Reaumur. . . . . . $\frac{1}{4440}$

Por un grado de Farenheit. . . . . $\frac{1}{9990}$

Es sabido que el peso de la coluna de azogue del barómetro equivale al peso ó presion de la atmosfera sobre iguales bases, en virtud de la ley del equilibrio de los fluidos; y asi en todos los tubos, sean cuales fueren sus diametros, prescindiendo del afecto de la capilaridad, está el azogue á la misma altura. Asi pues la altura de la coluna de azogue mide la presion de la atmósfera sobre una superficie cualquiera; y esta presion es igual al peso del volumen del azogue, formado sobre la basa dada y la altura dicha. Si el barometro señala, por ejemplo, 30 pulgadas, di-

remos que la presion de la atmósfera sobre una superficie de 100 pulgadas cuadradas, será igual al peso de un volumen de azogue de 3000 pulgadas cúbicas.

Si el tubo del barómetro se dilata por el calor, no por eso variaria la altura del azogue sí éste no se dilatase.

Supongamos que hay un tubo, y en él un fluido que está en equilibrio con una presion constante, por ejemplo, un tubo con azogue sostenido en él por la presion de la atmósfera. Supongamos que la altura del azogue sobre el nivel es h en la temperatura cero; y sea V el volumen del azogue, el cual será igual al volumen que ocupa del tubo. Si pasa el tubo á la temperatura t, el volumen V del tubo, siendo u su dilatacion cúbica, será $V(1+u)$. Pero siendo la presion constante, el azogue entrará á ocupar este volumen, y estará á la altura misma h. Habiéndose dilatado el tubo en sus tres dimensiones, si llamamos δ la dilatacion lineal, el volumen dilatado del tubo tendrá por altura $h + h\delta$: de consiguiente el azogue ocupará todo el volumen dilatado del tubo, menos la parte correspondiente á la altura $h\delta$: esta parte del volumen llamándola v, se halla haciendo $V : h :: v : h\delta$, de donde sale $v = V\delta$. El volumen que en el tubo dilatado ocupa el azogue, es pues $V(1+u) - V\delta$. Este es el volumen del azogue si no se dilatase. Supongamos que ahora se dilata, y será su volumen, llamando u la dilatacion cúbica del azogue, $(V(1+u) - V\delta)(1+u')$.

Si este volumen ocupa en el tubo la altura h, siendo este volumen con el anterior en razon de sus alturas, tendremos

$$\frac{(V(1+u)-V\delta)(1+u')}{V(1+u)-V\delta} = \frac{h'}{h} \text{ ó bien}$$

$$\frac{h'}{h} = 1+u' \text{ ; luego}$$

$$h' = h(1+u) \text{ ; y } h = h' - \frac{h'u'}{1+u'}$$

Llamando δ la dilatacion del azogue por un grado, tendremos en la temperatura t,

$$h = h' - \frac{h' t\delta}{1+t\delta}$$

Si se atiende á que el cuadrado de δ hace muy pequeños los términos en que entra, bastará tomar

$$h = h - h\ t\delta$$

Así pues dada una altura h del azogue en el barómetro, la correccion para reducirla á la temperatura del hielo, será $-h'\ t\delta$

Si hay una altura h' en la temperatura t, y se reduce á la temperatura cero, será $\frac{h'}{1+t\delta}$;

si ésta pasa á la temperatura t' será llamando h esta altura; $h'' = \frac{h\,(1+t\,\delta)}{1+t\delta}$; ó bien

$$h'' = h' - \frac{(t-t')\,h'\,\delta}{1+t\delta}$$

Si se tiene pues la altura h' en la temperatura t, se reducirá á la altura h'' en otra temperatura t'.

Como el cuadrado de δ hace muy pequeños los términos, bastará tomar por aproximacion

$$h'' = h' - h'\,\delta\,(t-t')$$

Por medio de esta fórmula pueden formarse tablas, mas ó menos extensas, segun el uso que se quiera hacer de ellas. La que pongo á continuacion es breve, y me parece suficiente y de facil uso.

Si llamamos B la altura observada del barómetro, tendremos, en virtud de lo dicho, que llamando c la correccion, será

$$c = -\,B\,\delta\,(t-t')$$

En donde t es la temperatura observada, y t' la temperatura á que se ha de reducir la coluna observada B.

En la tabla seguiente estan los valores de B ó las alturas del barómetro, y los valores de $B\delta$, siendo $\delta = \frac{1}{5550}$. Estos valores es-

tan calculados de 6 en 6 líneas, porque siendo las diferencias de poco mas de un milésimo de línea, basta esto para la exactitud. Sin embargo si se quisiese todavía mas exactitud, se expresan al fin de la tabla los valores que han de añadirse por cada línea.

Ejemplo. Supongamos que se ha observado el barómetro, y señalaba 31 pulg. 7, 6 líneas, corregido el nivel si fuere menester. Buscaremos en la tabla, coluna primera, la altura que mas se acerca, que es 31 pulg. 6 líneas, y enfrente en la segunda coluna hallaremos 0,068107, ó bien 0,0681, si bastan cuatro decimales. Supongamos que se observó á la temperatura $t = 18,4$ grados del termómetro centigrado, y que se quiere reducir la observacion á la temperatura $t' = 10$ grados. Será $t - t' = 8,4$. La correccion será pues

$$c = -0,0681 \times 8,4 = -0,5720,$$

Tendremos pues

Altura observada. . 31 pulg. 7, 6 lín.
Correccion. . . . . . . — 0, 5720.

Altura corregida. . 31. . . 7,0280.

TABLA

para la correccion del barómetro.

B.	B. / 5550	B.	B. / 5550
Pulg. Lín.	Líneas.	Pulg. Lín.	Líneas.
34. . 0	0,073513.	25. . 0	0,054054.
33. . 6	0,072432.	24. . 6	0,052973.
33. . 0	0,071351.	24. . 0	0,051892.
32. . 6	0,070270.	23. . 6	0,050811.
32. . 0	0,069189.	23. . 0	0,049730.
31. . 6	0,068107	22. . 6	0,048649.
31. . 0	0,067025.	22. . 0	0,047568.
30. . 6	0,065944.	21. . 6	0,046487.
30. . 0	0,064865.	21. . 0	0,045406.
29. . 6	0,063783.	20. . 6	0,044325.
29. . 0	0,062702.	20. . 0	0,043243.
28. . 6	0,061621.	19. . 6	0,042162.
28. . 0	0,060540.		
27. . 6	0,059459.	1	0,0001802.
27. . 0	0,058378.	2	0,0003604.
26. . 6	0,057297.	3	0,0005405.
26. . 0	0,056216.	4	0,0007209.
25. . 6	0,055135.	5	0,0009009.

Si se quiere tener una fórmula para corregir de una vez el desnivel y la temperatura, es facil deducirla de las anteriores, y se tendrá

$$c' = -(A' + \rho^2 (A' - A))(t - t')\delta$$

á la cual daremos esta forma:

$$c' = -(A'(1 + \rho^2) - \rho^2 A)(t - t')\delta$$

Supongámos que en el barómetro sea la relacion entre los diametros del tubo y de la cubeta, ó $\rho = 0,1$; que el termómetro sea el centigrado, ó $\delta = \frac{1}{55\ 0}$; será

$$c' = -(1,01.\ A' - 0,01.\ A)(t - t')\delta$$

Si se ha fijado el nivel cuando $A = 366$ líneas, ó 30 pulg. 6 líneas, se tendrá

$$c' = -(0,00018198.\ A - 0,000659459)(t - t')$$

Si se ha fijado el nivel cuando $A = 393$ líneas, ó 32 pulg. 9 líneas, se tendrá

$$c' = -(0,00018198.\ A - 0,000708108)(t - t')$$

Dada pues la altura observada A' á la temperatura t, se hallará la correccion para que quede reducida á otra temperatura cualquiera t'.

Como el valor de $t - t'$ es la diferencia en-

tre la temperatura observada y la otra á que se le ha de reducir, podrá formarse una tabla cómoda para todos los casos, con solo hallar la correccion á los grados de temperatura desde 1 hasta 10.

La cantidad $\rho^2 A$ es muy pequeña, y varía poco cuando A crece ó mengua hasta cierto punto. Supongamos $A = 372$ lín. ó 31 pulg. resultará

$$c' = -(0{,}00018198\,A' - 0{,}0006703)\,(t - t')$$

cuya fórmula podrá servir para formar una tabla de correccion, que podrá emplearse sin error sensible hasta los centesimos de línea, aunque A' sea de 32 pulg. ó de 29.

Hagamos $0{,}00018198 = a$; $0{,}0006703 = b$; y será

$$c' = -(a A' - b)\,(t - t')$$

TABLA

para la correccion del barómetro.

Valor de A′	Valor de $aA' - b$	A′	$aA' - b$.
Pulgad.	Líneas.	Líneas.	Líneas.
34	0,073577	1	0,000182
33	0,071394	2	0,000364
32	0,069210	3	0,000546
31	0,067027	4	0,000728
30	0,064842	5	0,000910
29	0,062658	6	0,001092
28	0,060474	7	0,001274
27	0,058291	8	0,001456
26	0,056107	9	0,001638
25	0,053924	10	0,001820
24	0,051740	11	0,002002
23	0,049556	12	0,002184
22	0,047372		
21	0,045189		
20	0,043005		
19	0,040821		

TABLA

de la depresion del azogue en el barómetro; causada por la capilaridad.

Diámetro del tubo.	Depresion.
Líneas.	Líneas.
1.	4,356.
2.	1,054.
3.	0,571.
4.	0,354.
5.	0,217.
6.	0,134.
7.	0,082.
8.	0,064.

Reflexiones sobre las observaciones barométricas.

Por los años de 1800 y siguientes me dediqué á este género de observaciones, con cuyo motivo examiné con atencion ciertos puntos, é hice algunas reflexiones que fueron materia de dos memorias que leí á la Real Academia Médica de Madrid. De ellas extractaré alguna cosa en este lugar.

De la elevacion del azogue en el barómetro en tiempo de tempestad.

Se tiene por regla comun que el mayor ascenso del barómetro es anuncio de tempestad. Esto no es cierto si por *tempestad* se entiende el que haya truenos y rayos. Constantemente he observado que las tempestades en el sentido que he dicho, no influyen en los movimientos del barómetro, y que cuanto mas fuerte y larga ha sido la tempestad, ha estado el barómetro en mayor altura. Asi resulta de mis observaciones. Entre ellas está la que hubo en el verano de 1799, durante la cual, cayó un rayo en la fábrica de aguardientes, y el barómetro señalaba 30 pulgadas, 3 lineas españolas. El dia 15 de mayo de 1800 señalaba el barómetro 30 pulg. 7 líneas, durante una tempestad; y tambien hubo tempestad en los dias 29 de junio, 17, 18 y 19 de julio, estando el barómetro á 30 pulg. 7, 9 líneas, en el primer dia, y á 30 pulg. 7, 8 líneas en los otros. Pudiera citar muchísimos ejemplos, y en suma, en ningun caso de tempestad ha estado el barómetro ni muy bajo, y mucho menos en su mayor descenso.

Acaso trae esta opinion su orígen de los tiempos en que los barómetros eran imperfectos, y contenian aire en la parte superior del tubo, pues como á las grandes tempestades precede en el verano mucho calor, se dilataria mucho aquel aire, y haria bajar el barómetro.

La Hire decia: »en tiempo muy caliente el descenso del azogue es señal de truenos." (Memorias de la Academia de las ciencias de París, de 1714, pág. 4).

Lo que yo he observado es que los mayores descensos del barómetro han sido anuncios de grandes nevadas. Es muy extraño que habiéndolo indicado La-Hire, no se haya tenido presente su observacion en un siglo. He aqui sus palabras: »En estos dos años (de 1697 y 1698) cuando el barómetro ha estado en su mayor descenso, en Paris y en Upminster en Inglaterra, *ha nevado.*" (*Memorias de la Academia Real de las Ciencias de París, de* 1699, *pág.* 21.)

Variaciones del barómetro en Madrid.

La Hire dijo (a) que las mayores variaciones del barómetro eran en los dos primeros y dos últimos meses del año. Lo mismo resulta de mis observaciones. La mayor variacion es en el primer trimestre del año, siguese la del último trimestre, á ésta la del segundo, y por último la del tercero, que es la menor.

	A 15 grados del termóm. centig.	A cero grados.
Elevacion máxima.	31 pulg. 1,4 lín.	31 pulg. 0. 4 lín.
. . . . Mínima	29. . . . 5.2. . .	29. . . . 4, 2.
Variacion total. . .	1. . . . 8,2. . .	1. . . . 8, 2.

(a) *Memorias de la Academia de las ciencias de París de* 1179, *pág.* 6.

Variaciones periódicas del barómetro.

Hace tiempo que los Físicos pensaban que el barómetro debia tener ciertas variaciones periódicas, por las mismas causas que producen el flujo y reflujo del mar. Esta cuestion se trató en las memorias que concurrieron al premio propuesto por la Academia de Berlin *sobre la causa general de los vientos*. La sociedad Física de Basilea en el prefacio del tomo III de las *Actas Helveticas* propuso al celebre é ingenioso *Lambert* el examinar esta cuestion por medio de las observaciones, lo que ejecutó en el tomo IV de las mismas *Actas* manifestando que habia un periodo correspondiente á la revolucion de los apsides de la órbita de la luna. Continuó este trabajo el Sr. Toaldo examinando observaciones de 40 años; y el mismo Lambert volvió á hacer nuevas reflexiones (a), advirtiendo que debe haber dos variaciones diarias del barómetro, dependientes de la accion del sol y de la luna; » es dificil, añade, valuar la cantidad de ellas por medio de observaciones hechas fuera de la zona tórrida, donde otras muchas causas hacen variar el barometro mas de 2 pulgadas; pero en el ecuador, á la orilla del mar, en que la variacion total del barómetro no llega á 3 lí-

---

(a) *Memorias de la Academia de Berlin*, de 1771.

neas, se podria determinar la variacion que corresponde á las diferentes posiciones de la tierra respecto del sol y de la luna, por medio de buenas observaciones de un corto número de años." Toaldo (a), Van Swinden (b) y otros varios han trabajado en este punto. *Lamanon*, en el viage de la Peirouse observó el barómetro de hora en hora al pasar el ecuador, y de ello infiere que el barómetro sube y baja de 6 en 6 horas de un modo bien sensible. El cálculo unido á la observacion podrá algun dia señalar la cantidad de estas variaciones.

Van-Swinden en su obra citada dice (pág 27 y sig.) que generalmente hay cierta variacion periódica desde las 6 de la mañana hasta las 6 de la tarde, y que el máximo se verifica á la una ó las dos de la tarde Esto mismo resulta de mis observaciones, solo que el periodo de que se trata no está entre las seis de la mañana y las seis de la tarde, sino entre el nacer y ponerse el sol. Asi pues el movimiento del barómetro es por lo comun, bajar por la mañana, á veces poco hasta el mediodia, y luego mas hasta la una ó dos de la tarde, y continuar bajando mas lentamente

(a) *Memorias de la Academia de Berlin* 1778.

(b) *Memoria sobre las observaciones meteorologicas hechas en Franeker en Frisa, en el año de* 1779. *Amsterdam* 1780.

hasta ponerse el sol; todo lo cual es constante en el verano, y no tanto en el invierno. Puesto el sol empieza á subir.

Tal es el movimiento diario del barómetro, el cual suele tener algunas excepciones, tal vez dimanadas de la accion combinada del sol y la luna. Generalmente se observa lo que llevo dicho, y de aqui inferí algunas consecuencias que expuse en las memorias leidas á la Academia Médica de Madrid en los años de 1801 y 1802, á saber:

1.ª El movimiento del barómetro es en general bajar desde por la mañana, hasta ponerse el sol, y en especial desde las doce del dia hasta las tres de la tarde, y subir desde ponerse el sol hasta el otro dia.

2.ª Mientras se observa este orden, el tiempo no se muda, sea que esté sereno ó lluvioso.

3.ª Cuando se altera dicho orden varía el tiempo, á saber: si despues de puesto el sol, baja el barómetro, se sigue lluvia: si desde las doce del dia á las tres de la tarde sube el barómetro, se sigue el buen tiempo, si está lluvioso.

4.ª Las lluvias eléctricas no las indica el barómetro; y parece que solo indica á lo menos de un modo señalado, las mudanzas generales y no las locales.

Altura media del barómetro en Madrid.

La altura media del barómetro en Madrid es 30 pulg. 6.65 líneas á 15 grados del termómetro centigrado, ó 30 pulg. 5,63 líneas á la temperatura del hielo que se derrite. Debe tenerse presente que esta altura media está deducida de observaciones hechas en el Buen-Retiro, que es sitio bajo respecto de otros puntos de Madrid. En el mismo parage estan hechas las observaciones de que se han sacado los resultados siguientes.

Altura media del barómetro en Madrid,

á 15 grados del termómetro centigrado.

	Año 1800.		Año 1801.		Año 1802.		Año 1803.	
	Pulg.	Lín.	Pulg.	Lín.	Pulg.	Lín.	Pulg.	Lín.
Enero. . . .	30.	4.29	30	8.26.	30	[illegible]	30	2.04.
Febrero. . .	30.	[illegible]	30	5.12	30.	6,6.	30	7,44.
Marzo. . . .	30.	5,21.	30	7,80.	30.	[illegible]	30	6,14.
Abril. . . .	30.	6,34.	30	5,02.	30	7,0	30	7,42.
Mayo. . . .	30	6,76.	30	[illegible]	30	6,[illegible]	30	7.02.
Junio. . . .	30.	6.65.	30	7.26.	30	6.5	30	8,34.
Julio. . . .	30.	7,65.	30	6.28.	30	7.6	30	7.73.
Agosto. . .	30.	[illegible]	30	6.06.	30	8,0	30	7,43.
Septiembre. .	30.	6.71.	30	6.64.	30	6.7	30	7.39.
Octubre. . .	30.	[illegible]	30	7.11.	30	7.2.	30	7.41.
Noviembre. .	30.	7.11	30	6.61.	30	4,6	30	5.18.
Diciembre. .	30.	5.56.	30	6,59.	30	[illegible]	30	6,73.
Trimestre 1.°	30.	5.30	30	7.19.	30	[illegible]	30	5.21.
2.°	30.	[illegible]	30	[illegible]	30	[illegible]	30	7.59.
3.°	30.	[illegible]	30	6.53.	30	7,4	30	7.52.
4.°	30.	[illegible]	30	6,59.	30	[illegible]	30	6,44.
Año. . . .	30.	6.46	30	6.77.	30	[illegible]	30	6,69.

En las memorias citadas manifesté un resultado que despues he encontrado constante en observaciones posteriores, y es que de la sola observacion del barómetro hecha al mediodia se deduce la altura media de todo el mes, que es igual á la que se saca de tres ó

mas observaciones al dia. La misma altura media se deduce tambien de la sola observacion á las 12 de la noche. Este resultado me ha parecido importante, pues para muchas indagaciones solo se necesita la altura media del barómetro, y de esta manera se ahorra la incomodidad de multiplicar las observaciones, y se evita por consiguiente el trabajo ímprobo de corregirlas, calcularlas y ordenarlas, que solo aprecian los que lo han emprendido.

Esta utilidad se creerá tal vez mayor atendiendo á que la altura media deducida de una sola observacion, se verifica de un apogeo lunar á otro; de un perigeo á otro, de un apogeo á un perigeo; de un equinoxio lunar á otro, de un equinoxio á un lunisticio, y de un novilunio á otro. La mayor diferencia no pasa de 0,2 de línea, y muchas no llegan á 0,1. Asi resulta de mis observaciones, lo que seria largo comprobar en este lugar, y solo pondré los resultados siguientes.

Altura media del barómetro en cada mes lunar.

Meses.	Dias del nov.	Altura media del mediodia.	Del bar. de todo el mes.	Difer.	Dif. suces. entre las alturas del mediodia.
		Pulg. lin.	*Pulg. lin.*	*Lin.*	
Año 1800.					
Enero . .	24				
Febrero	23	30. 6,622	30. 6,518	0,104	1,649.
Marzo.	25	4,973	4,900	0,073	—1,818.
Abril. .	23	6,791.	6,680	0,111	1,558.
Mayo. .	23	5,233	5,122	0 111	—1,612.
Junio. .	22.	6,845	6,693	0.152	—0,860.
Julio. .	21	7,705	7,669	0,036	—0,203.
Agosto .	20	7,908	7,737	0,171	1,567.
Setiemb.	18	6,341	6,204	0,137.	—1,383.
Octubre.	18.	7,724	7,585	0,139	—0,686.
Nov. . .	16	8,410.	8,336	0,074	3,571.
Dic. . .	16	4,839	4,747	0,092	—3,587.
Año 1801.					
Enero. .	14	8,426	8,405	0,021	0,549.
Febrero.	12	7,877	7,764	0,113	1,596.
Marzo. .	14	6,281	6,132	0,149	0,120.
Abril. .	13.	6,161	6,071	0,090	0,858.
Mayo. .	12.	5,303	5,248	0,055	—1,185.
Junio. .	10	6,488	6,406	0,082	—0,455.
Julio. .	10.	6,943	6,761.	0,182.	0,232.
Agosto.	9.	6,711	6,496	0,215	0,208.
Setiemb.	8	6,503	6,389	0,114.	—0,394.
Octubre	7.	6,897	6,815	0,082	—0,267.
Nov. . .	6	7,164	7,098.	0,066.	0,466.
Dic. . .	5.	6,698	6,640.	0,058.	0,354.
Año 1802.					
Enero. .	4.	6,344.	6,328.	0,016.	. . . . .

TABLA

de las diferencias entre la altura media de cada mes lunar, y la de todo el año.

Meses lunares.	Altura media. Pulg. Lín.	Diferencia de 30 pulg. 6,65 lín. Lineas.
De Enero á.		
Febrero. . .	30. . 6,622.	—0,028.
Marzo. . . .	. . 4,973.	—1,677.
Abril . . .	. . 6,791.	0,141.
Mayo. . . .	. . 5,233.	—1,417.
Junio. . . .	. . 6,845.	0,195.
Julio. . . .	. . 7,705.	0,055.
Agosto. . .	. . 7,908.	1,258.
Setiembre. . .	. . 6,341.	—0,309.
Octubre . .	. . 7,724.	1,074.
Noviembre .	. . 8,410.	1,760.
Diciembre. .	. . 4,839.	—1,811.
Enero	. . 8,426.	1,776.
Febrero. . . .	. . 7,877.	1,277.
Marzo.	. . 6,281	—0,369.
Abril.	. . 6,161.	—0,489.
Mayo.	. . 5,303.	—1,347.
Junio.	. . 6,488.	—0,162.
Julio.	. . 6,943.	0,293.
Agosto . . .	. . 6,711.	0,061.
Setiembre. . .	. . 6,503.	—0,147.
Octubre. . . .	. . 6,897.	0,247.
Noviembre .	. . 7,164.	0,514.
Diciembre. . .	. . 6,698.	0,048.
Enero. . . .	. . 6,344.	—0,306.

Notemos pues que la altura media del barómetro en cada mes lunar se aparta poco de la altura media de todo el año; de manera que si no tuviésemos mas que las alturas medias del barómetro en cada mes lunar, diriamos que apenas habia variado el barómetro, ó que sus variaciones eran semejantes ó menores que las que se observan en el ecuador. Todas esas grandes variaciones del barómetro que se experimentan desde los trópicos hasta el polo, y que crecen con la latitud terrestre, desaparecen pues ó se equilibran dentro de ciertos periodos. Hay pues en la atmósfera ciertas oscilaciones generales que tienen sus periodos, como tambien sus límites naturales.

De la variacion del barómetro á diferentes latitudes.

El barómetro varia muy poco entre los trópicos, y van siendo mayores sus variaciones á medida que se aparta de ellos hácia el ecuador. Este fenómeno ha dado ocasion para muchos escritos, que hasta ahora no han aclarado este punto. El cálculo y la observacion juntos podrán un dia dar mas luces, y yo diré en este lugar las consideraciones que hacia en 1801 para prepararme á trabajar en esta materia, por si pueden servir á otros.

La atmósfera es un fluido elástico que circunda á la tierra. En la teoría se supone, ó se infiere bajo ciertos supuestos que la figura de la atmósfera es semejante á la de la tierra.

Dedúcese esto suponiendo el aire á igual temperatura en todas partes, y perfectamente movible, lo cual no es conforme á la naturaleza, y ya lo advirtió Van-Swinden. En tan delicada indagacion me pareció que si suponiendo otra figura á la atmósfera, como hay motivos para hacerlo, se explicaban ciertos fenómenos que son muy conocidos, y hasta ahora no se han explicado, sería esto una prueba de que la teoría debia tomar otro rumbo para llegar á su fin. En estos puntos la experiencia y la teoría deben guiarse y rectificarse mútuamente.

Supongamos pues que la atmósfera sea un elipsoide de revolucion prolongado por el ecuador, y que las capas de la atmósfera sean de igual elipticidad; pues aunque esto último no sea asi, este supuesto no favorece á lo que voy á decir. El lector podrá hacerse sobre el papel una figura que represente la circunferencia de la tierra, y al rededor varias eli ses.

Supongamos la atmósfera en quietud, y en el supuesto dicho es facil ver que la densidad será una misma en cada capa de aire. Sea b el semi-ege menor de la elipse, y $a = b(1+\alpha)$ el mayor. El círculo cuyo radio sea a cortará todas las capas cuyo semi-ege menor sea menor que $b(1+\alpha)$ hasta la capa cuyo semi-ege menor sea a.

Si hay pues diferentes barómetros á igual distancia del centro de la tierra, pero en diferentes latitudes, estarán en diferentes ca-

pos de aire, y de consiguiente no señalarán la misma altura.

Supongamos dos barómetros á igual distancia r del centro de la tierra, uno en el polo y otro en el ecuador. La capa atmosférica en que está el barómetro en el polo, tendrá por semi-ege mayor $r(1+\alpha)$. De consiguiente el barómetro en el polo se halla en el mismo caso que si estuviese en el ecuador á la distancia $r(1+\alpha)$ del centro; y por consiguiente mas alto que el del ecuador la cantidad $r(1+\alpha)-r=r\alpha$. De consiguiente si hay dos barómetros, uno en el polo y otro en el ecuador á igual distancia del centro de la tierra, el azogue del barómetro del polo estará mas bajo que el del ecuador.

Supongamos ahora que el barómetro del polo se aleje mas del centro del cual diste r': el semi-ege mayor de la capa correspondiente será $r'(1+\alpha)$; y asi se halla en el mismo caso que si estuviese en el ecuador á la distancia $r'(1+\alpha)$ del centro. Si el barómetro del ecuador se ha alejado tambien á la misma distancia r' que el del polo, esto es, que están ambos en la circunferencia del círculo cuyo radio es r', se seguirá que el del ecuador se hallará en una capa atmosférica distante $r'-r$ de la primera, y el del polo estará en una capa distante de la primera

$$r'(1+\alpha)-r(1+\alpha)=r'-r+\alpha(r'-r)$$

Asi pues el del polo se halla en una capa atmosférica, cuyo semi ege mayor es mayor que el del ecuador la cantidad $\alpha(r'-r.)$ Por

consiguiente las variaciones de los dos barómetros, cuya distancia al centro varía igualmente, no serán las mismas.

En lugar de suponer que los dos barómetros se alejan del centro, considerémoslos ahora fijos, y supongamos que la atmósfera es la que varía, de manera que se altera la densidad de sus capas, y que la capa que estaba en el polo á la distancia r' viene á estar á la distancia r del centro, á la cual estan los dos barómetros fijos. Se ve que este caso es el mismo que si los dos barómetros hubiesen pasado de la distancia r á la distancia r'. Asi pues si varía la atmósfera de manera que en el ecuador haya una variacion de densidad correspondiente á la distancia $r'-r$, la que habrá en el polo corresponderá á una distancia $r'-r+\alpha(r'-r)$. Por consiguiente por una misma variacion en la atmósfera el barómetro debe variar mas en el polo que en el ecuador.

Sea R el radio de una capa esférica, cuyo semi-ege menor es b, el mayor $a = b(1+\alpha)$; y sea ρ el ángulo que forma el radio R con el semi-ege a, se tendrá

$$R = \frac{a}{\sqrt{(1+[(1+\alpha)^2 - 1]\,\text{sen.}^2\,\rho)}}$$

Si R′ es otro radio mayor de otra capa mas alta, cuyo semi-ege menor es b', y el mayor $a = b(1 + \alpha)$, será tambien

$$R = \frac{a'}{\sqrt{(1 + [(1+\alpha)^2 - 1] \text{sen.}^2 \rho)}}$$

De consiguiente para un valor cualquiera ρ se tendrá

$$R' - R = \frac{a' - a}{\sqrt{(1 + [(1+\alpha)^2 - 1] \text{sen.}^2 \rho)}}$$

cuyo valor va disminuyendo á medida que crece el sen. ρ.

He aqui otras consideraciones. Sean h, h' las alturas del azogue en dos barómetros situados á las distancias r, r' del centro de la tierra. Si las densidades del aire en diferentes alturas estan en progresion geométrica, llamando e el número cuyo logaritmo es la unidad, se tendrá

$$\frac{h}{h'} = e^{m(r'-r)}$$

De donde se saca

$$m = \frac{L\,h - L\,h'}{(r' - r)\,L\,e}$$

mucho entre sí, en lugares muy distantes, como son Uraniburg, Génova, Malaca y París, segun se ha inferido de muchas observaciones correspondientes."

El mejor medio para ver con claridad la igualdad de las variaciones del barómetro en distintos parages es el de las tablas gráficas, en que se tiran verticales que señalan las alturas del barómetro, y por sus extremos se describe una curva, la cual manifiesta las subidas y bajadas del barómetro. Este método no es nuevo, pues hace muchos años que se ha practicado, y lo está en las Memorias de la Academia de Berlin. De esta manera he comparado las observaciones del barómetro de Madrid, Barcelona y París, y he visto constantemente el resultado indicado. Tambien he comparado observaciones hechas en Madrid, Avila y Aranjuez, y he encontrado que las variaciones son siempre idénticas.

Emplease el barómetro para medir la diferencia de nivel entre dos parages.

Sea T la temperatura del aire en la estacion mas baja, H la altura del azogue en el barómetro, en la misma: t la temperatura del aire en la estacion mas alta; h la altura del azogue en la misma; y L la longitud del lugar. Llamando X la diferencia de nivel que se busca, se tendrá, *en metros*

$$X = 18393^{m} (1 + 0{,}002837 \cos. 2L) \ldots\ldots \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \log. \left(\frac{H}{h}\right)$$

H y h deben reducirse á una misma temperatura T.

En lugar del coeficiente de cos. 2 L, pondremos el que hemos deducido tratando de la fuerza de la gravedad, y es 0,0026385; y reduciendo á varas españolas, tendremos *en varas.*

$$X = 22001 \, (1 + 0{,}0026385 \text{ cos. } 2 \text{ L}) \ldots\ldots \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) \text{log.} \left(\frac{H}{h}\right)$$

En el artículo que trata de la longitud del pendulo he puesto una tabla de los valores de 0,0026385 cos. 2. L.

Dilatacion lineal de los cuerpos sólidos.

Los cuerpos sólidos se dilatan ó se alargan con el calor, y se contraen ó encogen con el frio.

Llámase dilatacion lineal la que tienen los cuerpos en su largo, ó en una sola dimension, como la que tiene una regla de laton ó de hierro cuando se alarga por aumentarse el calor.

Por dilatacion se entiende aquí la expresion de la cantidad que se ha alargado el cuerpo comparada con su longitud primitiva. Si la

cantidad que se ha alargado el cuerpo es por ejemplo, $\frac{2}{1000}$ del largo que tenia antes, ó lo que es lo mismo si la longitud del cuerpo se considera dividida en 1000 partes y se alarga 2 de dichas partes, se dice que la dilatacion es de 0,002. Todavía se entenderá esto con mas claridad de esta manera. Supongamos que hay dos reglas de metal de igual longitud, y que la una se alarga ó dilata por el calor, permaneciendo la otra inalterable: la dilatacion es la parte que se ha alargado la regla comparada con la regla que ha permanecido sin dilatarse.

Sea a la longitud del cuerpo, el cual se dilata por el calor de manera que llega á ser a': la diferencia entre estas dos longitudes será $a' - a$, ó lo que el cuerpo a se ha dilatado. La relacion entre $a' - a$ y a será $\frac{a' - a}{a}$. Esta es la dilatacion de la unidad lineal, y llamándola D será

$$\frac{a' - a}{a} = D$$

Por experiencia se ha hallado la dilatacion D de varios cuerpos. En la primera de las dos tablas que ponemos despues se expresa la dilatacion lineal D desde la temperatura del hielo que se liquida hasta la del agua hirviendo en decimales y en fracciones comunes; y de

aqui es facil deducir la dilatacion por cada grado centesimal. En la otra tabla se contiene la dilatacion por un grado del termómetro de Reaumur.

La experiencia ha enseñado tambien que la dilatacion de los cuerpos sólidos es proporcional al número de grados que señala el termómetro, á lo menos en las temperaturas en que suele usarse este instrumento. Asi pues dada la dilatacion D desde el hielo que se liquida hasta el agua hirviendo, si se divide dicha dilatacion por 100 ó por 80, se tendrá la dilatacion por un grado del termómetro centesimal ó del de Reaumur respectivamente.

Llamo δ la dilatacion por un grado y la dilatacion por t grados será $t\ \delta$ desde el hielo ó el cero hasta el grado t. Si a es lo largo del cuerpo en la temperatura cero, su longitud dilatada en la temperatura t, será

$$a' = a + a\,t\,\delta = a\,(1 + t\,\delta)$$

y la cantidad que se ha dilatado, será

$$a' - a = a\,t\,\delta.$$

Si hay pues una regla de laton, y se quiere saber cuánto se dilatará desde la temperatura del hielo que se liquida hasta los 20 grados del termómetro centigrado, tendremos $t = 20$, y en la tabla hallaremos la dilatacion del laton $\delta = 0{,}00001878$, y substituyendo en la fórmula, sacaremos

$$t\,\delta = 0{,}0003756$$
$$a' = a + a.\ 0{,}0003756.$$

Supongamos que a esté dividida en 432 partes iguales, en cuyo caso será

$$a' = 432 + 0,16226.$$

$$a' = 432,16226.$$

Asi pues esta regla en la temperatura de 20 grados será igual á 442,162 partes de su division cuando estaba en la temperatura del hielo; ó tendrá 432,162 partes de otra regla que se mantuviese en la temperatura del hielo, en la cual eran iguales ambas.

Estando la regla a dividida, en cierto número de partes iguales, y habiéndose dilatado por el calor hasta llegar á ser a', en este estado cada una de las partes de a' será igual á $1 + t\delta$ partes de a; y n partes de a valdrán $n\,(1 + t\delta)$ partes de a. Por ejemplo si la regla a está dividida en 432 partes iguales, y desde el hielo ha pasado á la temperatura de 20 grados, en la cual es igual á 432, 6226 partes de las mismas, cada una de las partes de esta regla dilatada será $1 + t\delta = 1,00037556$;

cuyo resultado es el mismo que el de $\frac{432,16226}{432}$,

segun es evidente.

Si la regla a' en una temperatura t, se contrae pasando á la temperatura del hielo, en cuyo caso supondremos que sea a, se tendrá que la diferencia entre ellas es $a' - a$. Pero en este caso hay que comparar esta diferencia con

la línea a'; y así tendremos que la relacion de dicha diferencia con a es $\frac{a' - a}{a'}$; y siendo

$a' - a = a t \delta$; tendremos $\frac{a' - a}{a'} = \frac{a}{a'} t \delta$;

ó bien $1 - \frac{a}{a'} = \frac{a}{a'} t\delta$; y por tanto

$$\frac{a}{a'} = \frac{1}{1 + t\delta}$$

cuyo resultado sale inmediatamente de la ecuacion dada antes $a' = a(1 + t\delta)$

En efecto si hay dos líneas a, a cuya diferencia es D, de suerte que $a = a + D$, y se llama $t\delta$ la relacion entre D y a, ó bien $\frac{D}{a} = t\delta$, se tendrá que la relacion entre D y a', será $\frac{D}{a'} = \frac{D}{a + D} = \frac{\frac{D}{a}}{1 + \frac{D}{a}} = \frac{t\delta}{1 + t\delta}$

Nos hemos detenido en esto, porque este punto, aunque sencillo, pide meditacion para entenderlo bien, y no exponerse á incurrir en equivocaciones. Digamos por fin que si $t\delta$ expresa la dilatacion desde cero a t grados, será $\frac{1}{1 + t\delta}$ la contraccion desde t grados hasta cero.

Dada pues una regla a' en la temperatura

t se hallará su longitud a, en la temperatura del hielo que se liquida, y en partes de a', por medio de esta fórmula

$$a = \frac{a'}{1 + t\delta}$$

$$\text{ó bien } a = a' \left(1 - \frac{t\delta}{1 + t\delta}\right)$$

Si a' esta dividida en cierto número de partes iguales, las partes de la regla contraida serán cada una igual á $1 - \frac{t\delta}{1 + t\delta}$ partes de la regla a'.

Por ejemplo sea a' una regla de laton en la temperatura de 20 grados; y asi será

$$t = 20 \,;\; \delta = 0{,}00001878.$$

Substituyendo tendremos

$$a = a' \,(1 - 0{,}00037546)$$

Si a' está dividida en 432 partes, tendremos

$a = 432 - 0{,}16220 = 431{,}8378$ partes de a'.

Cada una de las partes de a en la temperatura del hielo será igual á $1 - \frac{t\delta}{1 + t\delta}$ ó á $\frac{431{,}8378}{432}$ esto es a $0{,}999623$ partes de a'.

Busquemos ahora la dilatacion de un cuer-

po desde la temperatura t á la temperatura t'.

Sea b la regla dada en la temperatura t, y δ su dilatacion por un grado. Reduciendo al hielo será su largo $a = \frac{b}{1 + t\delta}$; y esta longitud desde el hielo á la temperatura t', será $b' = a(1 + t'\delta)$. y poniendo en lugar de a su valor, tendremos

$$b' = \frac{b(1 + t'\delta)}{1 + t\delta}$$

ó bien $b' = b + \frac{b\delta(t + t)}{1 + t\delta}$

Supongamos que b está dividida en 432 partes iguales, y así $b = 432$: sea $t = 5$, $t = 25$, y será $t - t = 20$. Si la regla es de laton será $\delta = 0,0000878$ Substituyendo estos valores tendremos $b = b\,(1 + 0,00037546)$; ó bien [illegible]

$$b' = 432 + 0,16220 \text{ partes de } b.$$

De la misma fórmula podemos sacar

$$t = t + \left(\frac{b' - b}{b}\right)\left(\frac{1 + t\delta}{\delta}\right).$$

Dada pues una regla b, cuya dilatacion es δ, que está en la temperatura t, se hallará la temperatura t' en que dicha regla será b.

Sea una regla b de laton dividida en 1000 partes en la temperatura de 10 grados, y por consiguiente es $\delta = 0{,}00001878$: se pregunta ¿á qué temperatura dicha regla tendrá 1004 partes de la primera? Tendremos pues $b' = 1004$,

$$\frac{b' - b}{b} = \frac{4}{1000} = 0{,}004,$$ y haciendo las demas sustituciones, tendremos

$t = 10 + 21{,}3 = 31{,}3$ grados del termómetro centigrado.

Si hay dos reglas iguales, cuya longitud es a en la temperatura t, y son distintas sus dilataciones, siendo δ la de una y δ' la de la otra, tendremos que en la temperatura t' serán

$$b = \frac{a(1 + t'\delta)}{1 + t\delta} = a + \frac{a\delta(t' - t)}{1 + t\delta}$$

$$b' = \frac{a(1 + t'\delta')}{1 + t\delta'} = \frac{a + a\delta'(t' - t)}{1 + t\delta'}$$

De aqui sacaremos,

$$b' - b = a(t' - t)\left(\frac{\delta'}{1 + t\delta'} - \frac{\delta}{1 + t\delta}\right)$$

á la cual se le puede dar esta forma

$$b' - b = a(t' - t)(\delta' - \delta) \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$(1 - t(\delta' + \delta) + t^2(\delta'^2 + \delta'\delta + \delta^2) - \text{etc.})$$

Y aproximadamente bastará tomar

$$b - b = a(t' - t)(\delta' - \delta)$$

Esta fórmula nos da la diferencia que habrá entre dichas dos reglas en la temperatura t y en partes de a.

Sea la una regla de platina y la otra de laton, será $\delta = 0,00000856$, $\delta' = 0,0000188$. Sea $t = 5$ grados $t' = 25$ grados centesimales, será

$$b - b = a. \; 0,0002048.$$

Si a está dividida en 432 partes, se tendrá

$$b' - b = 0,0884 \text{ partes de } a.$$

Si no se quiere tener la diferencia $b - b$ en partes de a, sino en partes de b ó de b, será menester que desaparezca a, lo que se tiene inmediatamente, partiendo b por b, y será

$$\frac{b}{b} = \frac{1 + t'\delta'}{1 + t\delta'} + \frac{1 + t\delta}{1 + t\delta}$$

á la cual se le puede dar esta forma

$$\frac{b'}{b} = \frac{1 + \delta'(t' - t)(1 - t\delta' + t^2\delta'^2 - t^3\delta'^3 + \text{etc.})}{1 + \delta(t' - t)(1 - t\delta + t^2\delta^2 - t^3\delta^3 + \text{etc.})}$$

Y aproximadamente se tendrá

$$b' = b + b(t' - t)(\delta' - \delta)[1 - t(\delta' + \delta)]$$

Y aun bastará tomar

$$b' = b + b(t' - t)(\delta' - \delta)$$

Esta fórmula puede tambien servir para hacer dos reglas b' y b de distintas materias en una temperatura cualquiera, y que sean iguales en otra temperatura t.

De estas fórmulas se puede deducir

$$t = t' - \frac{b' - b}{b(\delta' - \delta)}$$

La cual servirá para hallar la temperatura t á que serán iguales dos reglas de diferentes dilataciones, y que son desiguales en la temperatura t'. Si se toma b por unidad, se determinará b' en partes de b, y será $b = n b$. Será pues

$$t = t' - \frac{n - 1}{\delta' - \delta}$$

Tambien podrá deducirse de esta fórmula la siguiente

$$\delta' = \delta + \frac{n - 1}{t' - t}$$

Dadas pues dos reglas en la temperatura t, si se comparan en otra temperatura, y se observa $\frac{b'}{b}$ siendo conocida la dilatacion δ de b, se tendrá la dilatacion δ' de b'.

Dilatacion lineal de varios cuerpos sólidos.

	Desde el hielo hasta el agua hirviendo.	
	En decimales.	En fracc.
Flintz-glas ingles $\frac{100}{123203}$	0,00081166	$\frac{100}{12[illegible]834}$
Platina.	,00085655	$\frac{100}{1[illegible]754}$
Vidrio de Francia con plomo.	0,00087199	$\frac{100}{114680}$
Vidrio en tubo sin plomo	0,00087572	$\frac{100}{114291}$
Cristal de San-Gobain	0,00089089.	$\frac{100}{112247}$
Acero sin templar. . .	0,00107875.	$\frac{100}{92700}$
Antimonio.	0,00108. . .	$\frac{100}{92593}$
Hierro dulce forjado. .	0,00122045.	$\frac{100}{81937}$
Hierro colado.	0,00111. . .	$\frac{100}{90090}$
Hierro redondo pasado por hilera.	0,00123504	$\frac{100}{81157}$
Acero templado.	0,00123956.	$\frac{100}{80674}$
Bismuto.	0,00140. . .	$\frac{100}{71428}$

Oro de copela.	0,00146606.	$\frac{100}{68202.}$
Oro de ley de Paris. . .	0,00155155.	$\frac{100}{64452.}$
Cobre.	0,00171733.	$\frac{100}{58230.}$
Laton.	0,00187821.	$\frac{100}{53242.}$
Plata de ley de Paris. .	0,00190868.	$\frac{100}{52392.}$
Plata fina.	0,00190974.	$\frac{100}{52363.}$
Estaño de Falmouth. .	0,00217298.	$\frac{100}{46161.}$
Estaño fino.	0,00228. . .	$\frac{100}{43860.}$
Plomo.	0,00284836.	$\frac{100}{35108.}$
Zinc.	0,00294. . .	$\frac{100}{34014.}$

Dilatacion lineal de varios solidos, por un grado del termómetro de Reaumur.

	En decimales.	En fracc.s
Flintz-glas ingles. . . .	0,00001001.	$\frac{1}{99867}$.
Platina.	0,00001070.	$\frac{1}{93408}$.
Vidrio de Francia con plomo.	0,00001090.	$\frac{1}{91744}$.
Vidrio en tubo sin plomo.	0,00001095.	$\frac{1}{91353}$.
Cristal de San-Gobain.	0,00001114	$\frac{1}{89798}$.
Acero sin templar. . .	0,00001348	$\frac{1}{74159}$.
Antimonio.	0,00001350	$\frac{1}{74074}$.
Hierro colado.	0,00001389.	$\frac{1}{71994}$.
Hierro dulce forjado. .	0,00001526.	$\frac{1}{65549}$.
Hierro redondo pasado por hilera.	0,00001543.	$\frac{1}{64926}$.
Acero templado.	0,00001549	$\frac{1}{64539}$.
Bismuto.	0,00001750.	$\frac{1}{57143}$.
Oro de copela.	0,00001832.	$\frac{1}{54561}$.

Oro de ley de Paris. .	0,90001939.	$\frac{1}{51561.}$
Cobre.	0,00002147.	$\frac{1}{46576.}$
Laton.	0,00002348.	$\frac{1}{42589.}$
Plata de ley de Paris. .	0,00002386.	$\frac{1}{41914.}$
Plata fina.	0,00002387.	$\frac{1}{41890.}$
Estaño de Falmouth. .	0,00002716.	$\frac{1}{36929.}$
Estaño fino.	0,00002850.	$\frac{1}{35088.}$
Plomo.	0,00003563.	$\frac{1}{28086.}$
Zinc.	0,00003675.	$\frac{1}{27211.}$

Dilatacion cúbica.

El volumen de los cuerpos varía cuando se dilatan por el calor.

Sea V el volumen de un cuerpo ó de un vaso cualquiera en cierta temperatura: sea V' el volumen que tiene en otra temperatura: la diferencia $V' - V$ será la cantidad que se ha dilatado el volumen V; y $\frac{V' - V}{V}$ será la relacion que tiene la parte dilatada con el volumen primitivo; ó la dilatacion cúbica por la unidad de volumen entre dichas temperaturas. Llamándola u se tendrá

$$u = \frac{V' - V}{V}.$$

Si se quiere referir la diferencia $V' - V$ al volumen V', ó se quiere tener $\frac{V' - V}{V'}$, se ve que siendo $\frac{V' - V}{V} = u$, será $\frac{V'}{V} = 1 + u$; ó $\frac{V}{V'} = \frac{1}{1 + u}$; y tambien $\frac{V' - V}{V'} = \frac{u}{1 + u}$

Sean a, b, c las tres dimensiones del cuerpo ó volumen primitivo V, de manera que $V = a\ b\ c$. Sea δ la dilatacion lineal de las dichas dimensiones ó de la materia de que consta el cuerpo, y será $V' = a\ b\ c\ (1 + \delta)^3$; ó bien

$$V' = V\ (1 + 3\,\delta + 3\,\delta^2 + \delta^3)$$

De consiguiente la dilatacion cúbica será

$$\frac{V' - V}{V} = u = 3\,\delta + 3\,\delta^2 + \delta^3$$

$$\text{ó bien } u = 3\,\delta\left(1 + \delta + \frac{\delta^2}{3}\right)$$

No parece inútil advertir que si V representa un volumen en la temperatura del hielo, el volumen V′ representa otro volumen semejante en la misma temperatura del hielo, igual á dicho volumen V dilatado. Asi si en un tubo en la temperatura cero, se toma una parte cuyo volumen sea V, se tendrá que una parte V′ del tubo en la misma temperatura cero es igual al volumen $V\ (1 + u)$ del volumen V en la temperatura t.

Si es dado el volumen V′ en cierta temperatura siendo u la dilatacion cúbica, y se quiere reducir á la temperatura del hielo, ó tenér la contraccion $\frac{V' - V}{V}$, hallaríamos co-

mo antes que siendo $V - V_{\text{,}} = u$, será

$$\frac{V' - V}{V'} = \frac{u}{1+u}$$; y de aqui se saca

$$V = \frac{V'}{1+u}$$; ó bien

$$V = V'\left(1 - \frac{u}{1+u}\right)$$

Poniendo en lugar de u su valor se tendrá

$$V = \frac{V'}{1 + 3\delta\left(1 + \delta + \frac{1}{3}\delta^2\right)}$$; y tambien

$$V = V'\left(1 - \frac{3\delta\left(1 + \delta + \frac{1}{3}\delta^2\right)}{1 + 3\delta\left(1 + \delta + \frac{1}{3}\delta^2\right)}\right)$$

Si los volumenes son tales que su dilatacion cúbica es proporcional á la dilatacion del azogue, ó á los grados del termómetro, se podrá tomar δ por la dilatacion cúbica de un grado, y $t\,\delta$ será la correspondiente á t grados. Así sucede en el vidrio y los metales, como igualmente en el aire y gazes secos; pero no es lo mismo en los líquidos, los cuales no siguen esta ley en sus dilataciones, y por tanto es menester para cada temperatura conocer la dilatacion δ desde cero á t grados, ó desde t á t' grados del termómetro.

Si la dilatacion lineal de la materia del volumen sigue pues dicha ley, sea δ la dilatacion lineal por un grado, y supongamos que hay un volumen V en la temperatura cero, en t grados será

$$V' = V\,(1 + t\,\delta)^3 \text{; ó bien}$$

$$\frac{V' - V}{V} = 3\,t\delta + 3\,t^2\delta^2 + t^3\delta^3$$

Si hacemos la dilatacion cúbica $\frac{V' - V}{V} = u$;

y $3\,\delta = K$, tendremos

$$u = K\,t + \frac{K^2\,t^2}{3} + \frac{K^3\,t^3}{27}$$

Y el volumen dilatado será

$$V' = V\left(1 + K\,t + \frac{K^2\,t^2}{3} + \frac{K^3\,t^3}{27}\right)$$

En muchos casos bastará tomar

$$u = K\,t\,;\; V' = V\,(1 + K\,t)$$

En otros casos será menester tomar

$$u = K\,t + \frac{K^2\,t^2}{3};\; V' = V\left(1 + K\,t + \frac{K^2\,t^2}{3}\right)$$

Ejemplo. En el vidrio es $\delta = 0,0000087572$;

será pues $K = 3\ \delta = 0,0000263716$.

Sea $t = 10$ grados: será $K\ t = 0,000263716$.
El volumen dilatado será

$$V' = V + V.\ 0,000263716.$$

Si el volumen V es de 100 pulgadas en la temperatura cero, tendremos que en los 10 grados del termómetro centigrado es

$$V' = 100,\ 0263716 \text{ pulg. cúb.}$$

Si se tiene un volumen V' en la temperatura t, se reducirá á la temperatura del hielo, deduciendo el valor de V de la fórmula dada, y se tendrá

$$V = \frac{V'}{1 + u}\ ;\ \text{ó bien}$$

$$V = V'\left(1 - \frac{u}{1 + u}\right)$$

Veamos ahora cuál será la dilatacion de un volumen dado V' desde la temperatura t' hasta la temperatura t''. Sea V'' el volumen que se busca en la temperatura t''; sean u', u'' las dilataciones cúbicas de V desde cero hasta t' y t'' grados; se tendrá

$$V = \frac{V'}{1 + u'}\ ;\ V = \frac{V''}{1 + u''}$$

Por consiguiente será

$$V'' = \frac{V\ (1 + u'')}{1 + u'} = \left(1 + \frac{u'' - u}{1 + u}\right)$$

Y poniendo por u'', u' sus valores para el caso dicho, se tendrá

$$V' = V\left(1 + \frac{K(t'' - t') + \frac{K^2}{3}(t''^2 - t'^2) + \frac{K^3}{27}(t''^3 - t'^3)}{1 + K t' + \frac{K^2 t'^2}{3} + \frac{K^3 t'^3}{27}}\right)$$

En muchos casos bastará tomar aproximadamente

$$V' = V'\left(1 + \frac{K\,(t'' - t')}{1 + K\,t'}\right)$$

Y tambien podrá tomarse

$$V'' = V'\ [1 + K\,(t'' - t\,)]$$

Supongamos que hay un volumen V, cuya dilatacion cúbica desde cero á t grados es u: el volumen dilatado será V $(1 + u)$.

Si hay otro volumen V', cuya dilatacion cúbica desde cero á t grados es u', el volumen dilatado será V' $(1 + u')$

Si los dos volumenes dilatados son iguales, se tendrá V $(1 + u) =$ V $(1 + u)$

:

De aqui se saca

$$V' = V\left(1 + \frac{u - u'}{1 + u'}\right)$$

Y tambien se saca

$$u = \frac{V' - V}{V} + \frac{V' u'}{V}$$

O bien $u = \frac{V'}{V}(1 + u') - 1.$

Asi pues conociendo los volúmenes V', V y la dilatacion u' se tendrá u. Si V es el volumen de un gaz ó de un líquido en la temperatura del hielo, y en la temperatura t es igual al volumen V' de un vaso en la misma temperatura t, y cuya dilatacion cúbica es conocida, se conocerá la dilatacion cúbica u del gaz ó del líquido.

Si hay dos volúmenes V', V de una misma materia, cuya dilatacion cúbica por t grados es u; si dichos volúmenes pasan de cero á t grados, su relacion será

$$\frac{V'(1 + u)}{V(1 + u)} = \frac{V'}{V}$$

De consiguiente en cualquier temperatura guardarán la misma razon entre sí.

Si el volumen V es de algun gaz, se requiere que la presion atmosférica sea constante; y no siéndolo se debe reducir á una presion

determinada por ejemplo, la de la altura h del barómetro. Si el volumen V estaba en otra presion h', se reducirá á la presion h por la ley conocida, y se tendrá $V \frac{h'}{h}$. Si en la temperatura t el volumen V′ está en la presion h'', se tendrá que en la presion h será $V' \frac{h''}{h}$. La fórmula anterior será pues

$$V' = \frac{h'}{h''} V \left(1 + \frac{u - u'}{1 + u'} \right)$$

Y del mismo modo

$$u = \frac{h'' V' - h' V}{h' V} + \frac{h'' V'}{h' V} u'$$

$$u = \frac{h'' V'}{h' V} (1 + u') - 1$$

Si hay un vaso ó volumen V en la temperatura del hielo que se liquida, y otro volumen V′ en la misma temperatura, ambos conocidos, será conocida la relacion

$$\frac{V' - V}{V}.$$

Si V′ pasa á otra temperatura t, y su dilatacion cúbica es u, permaneciendo V en esa

ro, entonces el volumen V′ será $V'(1+u)$,

y se tendrá la relacion $\frac{V'(1+u)-V}{V}$

Supongamos que un líquido ocupa el volumen V en la temperatura del hielo: sea δ la dilatacion de este líquido desde cero á t grados, y su volumen en esta temperatura será $V(1+\delta)$. Si este líquido dilatado ocupa el volumen ó capacidad V′ estando este en la temperatura t, este volumen V′ se habrá aumentado, y si u es la dilatacion cúbica por t grados, será dicho volumen dilatado $V'(1+u)$, el cual será igual al del liquido dilatado, y tendremos.

$$V'(1+u)=V(1+\delta)$$

De aquí se deduce

$$\delta=\frac{V'(1+u)-V}{V}$$

y de esta manera conoceremos la dilatacion verdadera del líquido, desde cero á t grados conociendo los volúmenes V′, V en la temperatura del hielo.

Dando al valor de δ la forma

$$\delta=\frac{V'-V}{V}+\frac{V'}{V}u$$

notaremos que $\frac{V' - V}{V}$ representa la dilatacion que tendria el líquido si V′ no hubiese variado de temperatura. Esta cantidad que se tiene conocida por la experiencia se llama la dilatacion aparente, porque es la que se observa, y de ella se deduce la dilatacion verdadera. Llamaremos Δ á esta dilatacion aparente ó haremos $\frac{V' - V}{V} = \Delta$; y tendremos

$$\Delta = \frac{\delta - u}{1 + u} \text{ ; y por consiguiente}$$

$$\delta = \Delta(1 + u) + u.$$

Cuando δ y u sean cantidades muy pequeñas se podrán omitir sus productos, y en tal caso será

$$\Delta = \delta - u;\ \delta = \Delta + u$$

Tambien puede inferirse

$$u = \frac{\delta - \Delta}{1 + \Delta}$$

de manera que conociendo la dilatacion verdadera de un líquido, y teniendo Δ por medio de la experiencia, se podrá hallar la dilatacion cúbica de un vaso cualquiera.

Dilatacion de los gazes por el calor.

Respecto de los gazes, se debe advertir que M. Gay-Lussac ha sacado de sus experimentos los resultados importantes que siguen:

1.° Todos los gazes permanentes, expuestos á temperaturas iguales y bajo una misma presion, se dilatan igual cantidad

2.° La dilatacion de los gazes desde la temperatura del hielo hasta la del agua hirviendo, es 0,375 de su volumen primitivo, suponiendo constante la presion.

3.° Entre dichos dos límites del hielo y el agua hirviendo, ó del cero á los 100 grados del termómetro centesimal, la dilatacion de los gazes es exactamente proporcional á la dilatacion del azogue: de donde resulta que por cada grado del termómetro centesimal, y bajo una misma presion, todos los gazes se dilatan 0,00375 del volumen que tenian en la temperatura del hielo; y por cada grado del termómetro de Reaumur 0,0046875.

4.° Las sustancias aeriformes, producidas por la vaporizacion se dilatan del mismo modo que los gazes, mientras no vuelven al estado de líquidos.

Por consiguiente pueden aplicarse á los gazes las fórmulas dadas antes para la dilatacion de los volúmenes.

Si se tiene pues un volumen V de un gaz en una temperatura t, y se quiere hallar cual será este volumen en otra temperatura t', ten-

dremos que siendo δ la dilatacion por un grado, será

$$V' = V\left(1 + \frac{(t'' - t')\delta}{1 + t\,\delta}\right)$$

$$V' = V''\left(1 - \frac{(t'' - t')\delta}{1 + t''\delta}\right)$$

La tabla siguiente expresa los valores de $t\,\delta$.

TABLA

de la dilatacion de los gazes en diferentes temperaturas.

Termom. centigr.	Dilatacion.	Termom. de Reaum.	Dilatacion.
0.	0,00000.	0.	0,0000000.
1.	0,00375.	1.	0,0046875.
2.	0,00750.	2.	0,0093750.
3.	0,01125.	3.	0,0140625.
4.	0,01500.	4.	0,0187500.
5.	0,01875.	5.	0,0234375.
6.	0,02250.	6.	0,0281250.
7.	0,02625.	7.	0,0328125.
8.	0,03000.	8.	0,0375000.
9.	0,03375.	9.	0,0421875.
10.	0,03750.	10.	0,0468750.

Dilatacion de los líquidos.

En los líquidos no se encuentra que su dilatacion sea proporcional á los grados del termómetro de azogue. Siendo pues menester observarlos en todas las temperaturas para tener su dilatacion, es consiguiente el trabajo y atencion que se necesitan.

Dilatacion del alcool rectificado.

Mr. Biot calculando con suma delicadeza el resultado de la experiencia encuentra que la dilatacion verdadera del alcool rectificado, desde cero á T grados de Reaumur, es

$$\delta = 0{,}00123369\,T + 0{,}0000032253\,7\,T^2 \ldots\ldots + 0{,}00000001198\,T^3.$$

Si se quisiese esta expresion en grados centesimales seria, haciendo $T = \frac{8}{10}t$.

$$\delta = 0{,}000986952\,t + 0{,}000002064237\,t^2 \ldots\ldots + 0{,}000000006134\,t^3$$

Dilatacion del alcool rectificado.

Termóm. centigr.	
—50. . .	0,95504695.
—40. . .	0,96543212.
—30. . .	0,97208363.
—20. . .	0,98103758.
—10. . .	0,99033079.
— 5. . .	0,99511607.
0. . .	1,00000000.
5. . .	1,00498714.
10. . .	1,01008208.
20. . .	1,02063381.
30. . .	1,03163199.
40. . .	1,04117344.
50. . .	1,05527485.
60. . .	1,06797332.

Dilatacion del agua.

Igualmente ha calculado Mr. Biot la expresion de la dilatacion del agua para cualquier grado del termómetro de Reaumur, y es la siguiente:

$$\delta = -0{,}00005478 \, T + 0{,}00000101395 \, T^2 \ldots$$
$$- 0{,}0000000270 8 \, T^3$$

Podemos tenerla en grado del termómetro centigrado haciendo $T = \frac{8}{10} t$; y será

$$\delta = -0{,}0000439024 \, t + 0{,}000000648928 \, t^2 \ldots$$
$$- 0{,}000000013865 \, t^3$$

Si se hace $d\,\delta = 0$, se tendrá un mínimo, el cual es $T = 2{,}736$ grados; ó $t = 3{,}42$ grados.

Por medio de la formula anterior se puede calcular una tabla de las dilataciones del agua, y la ponemos aqui tomada de la Física de Mr. Biot, juntamente con las densidades ó peso. Si el volumen dilatado es $1 + \delta$, la densidad será $\frac{1}{1 + \delta}$; porque las densidades estan en razon inversa de los volúmenes.

Tambien pondremos aqui la fórmula de la dilatacion verdadera del agua, contando desde el máximo de la condensacion, que es 2,736 grados de Reaumur, y 3,42 grados del termómetro centigrado.

En grados de Reaumur es

$$\delta = 0,0000991797\, T'^{2} - 0,000000002708\, T'^{3}$$

Y en grados del termómetro centigrado es

$$\delta = 0,0000634750\, t'^{2} - 0,00000001386 5\, t'^{3}$$

En estas fórmulas si se quiere tener la dilatacion á 10 grados de Reaumur mas arriba del maximo de la condensacion se hará $T' = 10$ grados, y esta temperatura corresponde á $10 + 2,736$ grados contados desde el cero de la escala. En la segunda formula si se hace $t' = 10$ grados centesimales, esta temperatura corresponderá á $10 + 3,42$ grados contados desde el cero de la escala. Cuando se hace $t = 0$, corresponde esta temperatura á 3,42 grados de la escala centesimal.

TABLA

del volumen y peso del agua.

Termom. de Reaumur.	Volúmenes.	Densidades.
0.	1,00000000.	1,0000000.
1.	0,99995523.	1,0000447.
2.	0,99993058.	1,0000694.
2,736.	0,99992521.	1,0000746.
3.	0,99992589.	1,0000739.
4.	0,99994099.	1,0000593.
5.	0,99997571.	1,0000241.
6.	1,00003990.	0,9999700.
7.	1,00010340.	0,9998966.
8.	1,00019604.	0,9998041.
9.	1,00030766.	0,9996925.
10.	1,00043809.	0,9995620.
11.	1,00058718.	0,9994131.
12.	1,00075476.	0,9992457.
13.	1,00094067.	0,9990600.
14.	1,00114474.	0,9988564.
15.	1,00136682.	0,9986350.
16.	1,00160674.	0,9983938.
17.	1,00186435	0,9981390.
18.	1,00213946.	0,9978650.
19.	1,00243194.	0,9975739.
20.	1,00274116.	0,9972663.

21.	1,00306829.	0,9969411.
22.	1,00341185.	0,9965997.
23.	1,00377212.	0,9962419.
24.	1,00414893.	0,9958681.
25	1,00454211.	0,9954783.
26.	1,00495152.	0,9950729.
27.	1,00537693.	0.9946517.
28.	1,00581832.	0,9942154.
29.	1,00627540.	0,9937637.
30.	1,00674805.	0,9932970.
31.	1,00723610.	0,9928159
32.	1,00773939.	0,9923300.
33.	1,00825777.	0,9928098.
34.	1.00879106.	0,9912856.
35.	1,00933910.	0,9907473.
36.	1,00990174.	0,9901952.
37.	1,01047881.	0,9899298.
38.	1,01107014.	0,9890512.
39.	1,01167558.	0,9884592.
40.	1,01229496.	0,9878544.
41.	1,01292812.	0,9872370.
42.	1,01357490.	0,9866069.
43.	1,01423514.	0,9859646.
44.	1,01490866.	0,9853103.
45.	1,01559531.	0,9846441.
46.	1,01629494.	0,9839665.
47.	1,01700736.	0,9832771.
48.	1,01773243.	0,9825766
49.	1,01846998.	0,9818648.
50.	1,01921084	0,9811425.

51.	1,01998187.	0,9804094.
52.	1,02075559.	0,9796660.
53.	1,02154173.	0,97[illegible]9124.
54.	1,02233925.	0,9781423.
55.	1,02314826.	0,9773754.
56.	1,02396862.	0,9765923.
57.	1,02480016.	0,9758003.
58.	1,02564272.	0,97499[illegible]2.
59.	1,02649613.	0,9741877.
60.	[illegible]	0,9733683.
61.	[illegible]	0,9725403.
62.	1,02911988.	0,9717030.
63.	1,03001508.	0,9708555.
64.	1,03092034.	0,9700071.
65.	1,03183547.	0,9691467.
66.	1,03276031.	[illegible]
67.	[illegible]	0,9674035.
68.	1,03463853.	0,9665212.
69.	[illegible]	[illegible]
70.	1,03655366	0,9647353.
71.	1,03752464.	0,9638326.
72.	1,03850440.	0,9629232.
73.	1,03949272.	0,9620076.
74.	1,040[illegible]48.	0,9610860.
75.	1,04149451.	0,9601585.
76.	1,04250755.	0,9592256.
77.	1,04352556.	0,95825[illegible]72.
78.	1,04155740.	0,9573433.
79.	1,04559357.	0,9563945.
80	[illegible]	0,9554406.

SOBRE LA FUERZA ELASTICA DEL VAPOR DEL AGUA.

El vapor del agua encerrado en un vaso obra con su elasticidad, y ejerce cierta presion contra las paredes del vaso. Esta presion es lo que se llama su *fuerza elástica*. Mídese esta fuerza por la coluna de azogue que sostendria. Si el vapor comunicase con un tubo por medio de un orificio hecho en el vaso, y se necesitare en el tubo una coluna de azogue de 30 pulgadas para equilibrarse con la fuerza elástica del vapor, se diria que dicha fuerza era de 30 pulgadas. A esta valuacion de la fuerza elástica suelen llamar *tension*.

Esta fuerza elástica del vapor varía con la temperatura, segun lo enseña la experiencia. Tomando los resultados de ésta ha dado Biot una fórmula que representa la fuerza elástica del vapor del agua en cualquier temperatura, y en el vacío. Debe advertirse que esta fórmula no debe entenderse sin limitacion, porque pasado cierto término podria no ser exacta.

Supongamos que n representa un número de grados cualquiera del termómetro centigrado, cuyo punto del agua hirbiendo está señalado á la presion barométrica de 0,76 metros, ó 32 pulgadas 8,8 líneas de España. Llamando F la fuerza elástica del vapor, se tiene su valor en metros, para 100 — n grados, á saber:

$$\text{Log. } F = 1{,}8808201 + An + Bn^2 + Cn^3.$$

Los coeficientes A, B, C tienen los valores siguientes:

$$A = -0{,}01537 2788$$
$$B = -0{,}000067320$$
$$C = +0{,}000000034.$$

La misma expresion se tendrá en líneas del pie español, como sigue:

$$\text{Log. } F = 2{,}5941465 + An + Bn^2 + Cn^3.$$

Haciendo en esta fórmula sucesivamente n igual á 1, 2, 3 etc. se tendrá la fuerza elástica del vapor á 99, 98, 97 etc. grados del termómetro centígrado.

Hagamos $n = 1$, y hallaremos que la fuerza elástica á los 99 grados del termómetro, es

$$F = 379{,}087 \text{ lín.} = 392{,}77 - 13{,}68.$$

Con dicha fórmula se puede calcular una tabla, que es la que ponemos aquí.

TABLA

de la fuerza elástica del vapor del agua á diferentes temperaturas.

Llámase tension del vapor acuoso á la fuerza que hace y se mide por la altura de la coluna de azogue con que se equilibra.

Termóm. centigr.	Tension en líneas de España.	Termóm. centigr.	Tension en líneas de España.
—20.	0,689.	0.	2,614.
—19.	0,738.	1.	2,787.
—18.	0,791.	2.	2,971.
—17.	0,847.	3.	3,164.
—16.	0,907.	4.	3,321.
—15.	0,971.	5.	3,590.
—14.	1,039.	6.	3,822.
—13.	1,112.	7.	4,068.
—12.	1,190.	8.	4,328.
—11.	1,272.	9.	4,604.
—10.	1,360.	10.	4,897.
— 9.	1,453.	11.	5,206.
— 8.	1,553.	12.	5,533.
— 7.	1,659.	13.	5,880.
— 6.	1,771.	14.	6,246.
— 5.	1,891.	15.	6,634.
— 4.	2,019.	16.	7,054.
— 3.	2,155.	17.	7,477.
— 2.	2,299.	18.	7,934.
— 1.	2,452.	19.	8,417.

:

20.	8,948.	54.	55,954.
21.	9,766.	55.	58,766.
22.	10,035.	56.	61,701.
23.	10,634.	57.	64,761.
24.	11,269.	58.	67,960.
25.	11,933.	59.	71,258.
26.	12,637.	60.	74,761.
27.	13,375.	61	78,399.
28.	14,155.	62.	82,151.
29.	15,011.	63.	86,079.
30.	15,836.	64.	90,167.
31.	16,750.	65.	94,485.
32.	17,706.	66.	98,849.
33.	18,702.	67.	103,45.
34.	19,770.	68.	108,24.
35.	20,[illegible]81.	69.	113,21.
36.	22,085.	70.	118,38.
37.	23,276.	71.	123,75.
38.	24,539.	72.	129,32.
39.	25,916	73.	135,11.
40.	27,389.	74.	141,10.
41.	28,[illegible]23.	75.	14[illegible],33.
42.	30,384.	76.	153,79.
43.	32,020.	77.	160,46.
44.	33,916.	78.	167,39.
45	35,531.	79.	17[illegible]6.
46	37,443.	80.	181,96.
47	39,388.	81.	18[illegible],67.
48.	41,[illegible]45.	82.	197,[illegible]2.
49.	43,603.	83.	205,83.
50.	45,862.	84.	214,33.
51.	48,218.	85.	223,11.
52.	50,686.	86.	232,18.
53.	53,262.	87.	241,54.

88.	251,21.	110.	550,94.
89.	261,18.	111.	568,93.
90.	271,47.	112.	587,3[illegible]
91.	282,07.	113.	606,10.
92.	292,00.	114.	625,28.
93.	304,26.	115.	641,87.
94.	315,86.	116.	664,87.
95.	327,79.	117.	685,27.
96.	340,08.	118.	706,07.
97.	352,77.	119.	727,27.
98.	365,71.	120.	748,76.
99.	379,08.	121.	770,85.
100.	392,77.	122.	793,24.
101.	406,86.	123.	816,01.
102.	421,33.	124.	839,12.
103.	436,17.	125.	862,71.
104.	451,40.	126.	886,41.
105.	467,00.	127.	910,90.
106.	483,11.	128.	635,55.
107.	499,39.	129.	960,55.
108.	514,11.	130.	985,89.
109.	533,36.		

La misma fórmula y tabla dadas pueden aplicarse á otros vapores de líquidos; porque Dalton ha éncoutrado por experiencia que la variacion de la fuerza elástica del vapor, para un mismo número de grados, es igual en todos los líquidos, contando desde la temperatura en que son iguales las fuerzas elásticas, que es en el caso de la ebulicion bajo igual presion barométrica. El agua hierve á 100 grados y el eter á 38: de consiguiente en esta temperatura son iguales las fuerzas elásticas. Si queremos saber cual es la fuerza elástica del vapor del eter á 30 grados ó á 38 — 8 grados, tomaremos 100 — 8 ó 92 grados, y hallaremos en la tabla la fuerza elástica que corresponde al vapor del agua, y la misma será la del vapor del eter.

Es pues útil conocer el término de la ebulicion de los líquidos ó la temperatura en que hierven, y por tanto ponemos la tabla siguiente. Hay sin embargo quien en el dia dude de que sea enteramente cierto el resultado que da el sabio Dalton.

Término de la ebulicion de varios líquidos en grados del termómetro centesimal.

	Grados.
Eter sulfurico.	38.
Azufre carburado.	45.
Alcool	80.
Agua	100.
Disolucion saturada de sulfate de Sosa.	100,74.
de muriate de sosa . . .	106,86.
de muriate de plomo. . .	102,04.
Fósforo.	290.
Aceite de terebentina	299.
Azufre	299.
Acido sulfúrico	310.
Aceite de linaza.	3.6.
Azogue.	349.

La fuerza elástica del vapor de estos líquidos es una misma en estas temperaturas. Conocida ya la fuerza elástica del vapor del agua, se tendrá que llamando m los grados de la ebulicion de un líquido, la fuerza elástica al grado $m \mp n$ será la misma que la del vapor del agua á $100 \mp n$ grados. Por ejemplo en el alcool es $m = 80$. Si se quiere hallar cual es la fuerza elástica del vapor á 60 grados, tendremos $m - n = 60$; y $n = 20$: será pues la misma que la del agua al grado $100 - 20 = 80$.

Término de la fusion de varios cuerpos en grados del termómetro centesimal.

	Grados.	Observadores.
Plomo.	260	Biot.
Bismuto.	238	Newton.
Estaño.	219	Newton.
	212	Biot.
Aligacion de 8 partes de estaño y 1 de bismuto.	200	Newton.
2 de estaño y 1 de bismuto.	167,7	
3 de estaño y 2 de plomo.	167,7	
1 de estaño y 1 de bismuto	141,2	
1 de plomo, 4 de estaño y 5 de bismuto.	118,9	
Azufre.	109.	Gay-Lussac.
2 de plomo, 3 de estaño, 5 de bismuto.	100	Newton.
Sodio.	90	Gay-Lussac.
Cera	60	Newton.
Cera blanca.	68	Nicholson.
Potasio.	58,33	Gay y Thenard.
Fósforo.	43	Thenard.
Sebo	33,33	Thompson.
Hele.	0	
Aceite de terebentina.	10	Thompson.
Azogue.	39	Cavendish.

DEL PESO DEL AGUA.

La tabla siguiente manifiesta el peso absoluto del pie cúbico y de la pulgada cúbica de agua pura en el vacío. El peso que en ella ponemos está deducido de los experimentos y resultados que se hallaron en París por la comision encargada de este objeto para determinar la unidad de peso del sistema métrico. Todo se expresa en la tabla en medida y peso nuestro.

Teniendo el peso del pie cúbico en la temperatura del hielo que se liquida, es facil hallar el que corresponde á otra temperatura cualquiera por medio de la tabla de las dilataciones y densidades que dimos antes. Así sabiendo que el pie cúbico de agua en la temperatura cero, pesa 48328¼ granos, si queremos hallar el peso que tendrá en la temperatura de 10 grados por ejemplo, se podrá hallar de dos modos por medio de la tabla de las dilataciones y densidades; esto es, se tomará en dicha tabla el número [illegible],0001809 que corresponde á los 10 grados, y se partirá por él el peso dado de 48328¼ granos; ó bien se tomará en la tabla el número 0,999120, de la coluna de las densidades correspondiente á 10 grados, y se multiplicará por él el peso dado: ambas operaciones darán el peso del pie cúbico de agua en la temperatura de 10 grados de Reaumur.

TABLA

del peso absoluto del agua en el vacío.

Termom. de Reaum.	Pie cúbico. Granos.	Pie cúbico. Libras.	Pulg. cúbicas. Granos.
0.	433284.	47,0143.	250,7435.
1.	433307.	47,0168.	250,7564.
2.	433314.	47,0176.	250,7604.
2,736.	433316.	47,0178.	250,7616.
3.	433315.	47,0177.	250,7610.
4.	433309.	47,0170.	250,7777.
5.	433294.	47,0154.	250,7516.
6.	433271.	47,0129.	250,7355.
7.	433239.	47,0094.	250,7170.
8.	433199	47,0051,	250,6939.
9.	433150.	47,9998.	250,6655.
10.	433094.	47,9937,	250,6331.
11.	433029	46,9860.	250,6012.
12.	432957.	46,9788.	250,5538.
13.	432876.	46,9700.	250,5069.
14.	432788.	46,9605.	250,4560.
15.	432692.	46,9501.	250,4004.
16.	432586.	46,9386.	250,3391.
17.	432477.	46,9267.	250,2760.
18.	432359.	46,9139.	250,2077.
19.	432232.	46,9002.	250,1342.
20.	432100.	46,8858.	250,0578.

25.	431325.	46,8017.	249,6094.
30.	430380.	46,6992.	249,0625.
35.	429275.	46,5793.	248,4230.
40.	428021.	46,4432.	247,6973.
45.	426631.	46,2924.	246,8929.
50.	425113.	46,1277.	246,0145.
55.	423481.	45,9506.	245,0700.
60.	421745.	45,7622.	244,0654.
65.	419915.	45,5637.	243,0064.
70.	418004.	45,3563.	241,9005.
75.	416639	45,2082.	241,1105.
80.	413977.	44,9194.	239,5700.

DEL PESO DEL AIRE ATMOSFERICO.

M. Biot en su *tratado de Física experimental y matemática*, *tom. I*, *pag.* 387, deduce de la experiencia el peso de un centimetro cúbico de aire atmosférico seco, en la temperatura del hielo que se derrite y bajo la presion atmosférica de 0,76 metros ó 32,731 pulgadas de España, el cual peso es de 0,001299541 gramas, y de consiguiente el del decimetro cúbico es 1.299541 gramas.

Este peso es en Paris, cuya latitud supone Biot en su cálculo de 48° 50′ 15′, y la altura sobre el nivel del mar de 60 metros.

El mismo Biot calcula el peso que debe tener dicho centimetro cúbico de aire atmosférico en la temperatura y presion dichas, en la latitud de 45 grados y al nivel del mar, y halla que el peso será 0,0012990750 gramas. Pero si se emplea la fórmula que yo he dado antes para la fuerza de la gravedad en distintas latitudes, se hallará que dicho peso debe ser 0,0013001077 gramas.

Manifestaremos aqui el modo de hacer tales reducciones, y para ello usaremos de nuestro peso y medida, con lo cual tal vez ahorraremos á otros este trabajo, y quizá con utilidad de los que se dediquen á estas ciencias.

Tomemos pues el resultado que M. Biot deduce de la experiencia, á saber que el decimetro cúbico de aire atmosferico seco, bajo la presion barométrica de 0,76 metros, en la

temperatura del hielo que se liquida, en la latitud de Paris, y á 60 metros sobre el nivel del mar pesa

1,299541 gramas.

Reducido esto á peso y medida de España hallarémos que en las mismas circunstancias el peso del pie cúbico español de aire atmosférico seco es

563,11213 granos,

Y la pulgada cúbica será

0,3258751 granos.

Reduciremos este valor al que tendria bajo la presion barométrica de 32,75 pulgadas ó 32 pulg. 9 líneas; y para eso lo multiplicaremos por $\frac{32,75}{32,73} = 1,0005805$; y tendremos que el pie cúbico español de aire atmosférico seco bajo la presion de 32,75 pulgadas, y en la temperatura del hielo que se liquida, en la latitud de Paris, á 60 metros ó [illegible]5,2752 pies de España sobre el nivel del mar, pesa

563,439 granos.

Y la pulgada cúbica

0,326064 granos.

Para abreviar harémos 563,439 = P

El peso P del pie cúbico de aire en una altura *a* sobre el nivel del mar, bajo la presion barométrica de 3:,75 pulg. pesará, siendo la misma la presion, al nivel del mar.

$$P\left(1+\frac{2a}{R}\right).$$

Y este peso del mismo pie cúbico, pesará en la latitud de 45 grados.

$$P\left(1+\frac{2a}{R}\right)\times\frac{1}{1-E\cos.2L}$$

Hagamos las substituciones correspondientes. Hemos dicho que el peso P fue hallado en Paris á 60 metros sobre el nivel del mar: tendremos pues $a = 60$ metros $= 215,33532$; $R = 22847904$ pies: y por consiguiente

$$1+\frac{2a}{R}=1,0000188495.$$

$$P\left(1+\frac{2a}{R}\right)=563,439+0,0106=563,450\text{ gr.}$$

Tenemos la latitud de Paris $L = 48^{\circ}\,50'\,15''$ y de consiguiente

$1 - E\cos.2L = 1,000352382.$

y haciendo la substitucion resultará dicho peso P en la latitud de 45 grados, y será

563,2515 granos.

Este es el peso del pie cúbico de aire atmosférico seco, en la latitud de 45 grados, bajo la presion de 32,75 pulgadas, en la temperatura del hielo que se liquida; y llamándolo P′ será

$$P' = 563{,}2515 \text{ granos.}$$

Y el peso de la pulgada cúbica en las mismas circunstancias será 0,325956 granos.

Teniendo pues el peso P′ del pie cúbico de aire atmosférico en la latitud de 45 grados, al nivel del mar bajo la presion barométrica de 32,75 pulgadas y en la temperatura del hielo que se derrite, podrá hallarse en todos los demas casos.

Asi pues, en virtud de lo que llevamos dicho, siendo conocido el peso $P' = 563{,}2515$ granos, y siendo $E = 0{,}0026385$, podemos hallar el peso del pie cúbico de aire atmosférico bajo la presion barométrica de 32,75 pulgadas, en una latitud cualquiera L, y en una altura a sobre el nivel del mar, y será

$$P'(1 - E \cos. 2\,L)\left(1 - \frac{2\,a}{R}\right)$$

Si ademas queremos hallar el peso del mismo pie cúbico en dichas circunstancias, con la diferencia de que la presion barométrica sea la de la altura h del azogue del barómetro, será el peso de dicho pie cúbico

$$P'(1 - E \cos. 2\,L)\left(1 - \frac{2\,a}{R}\right)\frac{h}{32{,}75}.$$

Si ademas se quiere tener el peso de dicho pie cúbico en una temperatura t, se dividirá dicho valor por $1 + t.\ 0,00375$ si t representa grados del termómetro centigrado; ó por $1 + t.\ 0,0046875$ si son grados de Reaumur. Asi pues dicho peso del pie cúbico á t grados del termómetro centigrado será

$$P'(1 - E\cos.2L)\left(1 - \frac{2a}{R}\right)\frac{h}{32,75\,(1 + t.0,00375)}$$

Propongámonos hallar el peso del pie cúbico de aire atmosférico seco en la latitud y altura de Madrid.

Tendremos $L = 40^{\circ}\ 25'$

$$1 - E\cos.\ 2\ L = 1 - 0,0004204$$

$$p'\ (1 - E\cos.\ 2\ L) = 563,2515 - 0,2368... = 563,0147.$$

La altura de Madrid sobre el nivel del mar es $a = 2400$ pies, y $K = 22854040$ pies; por consiguiente $\frac{2a}{K} = 0,00021003$, y el peso que se busca será

$$563,0147\ (1 - 0,00021003) =$$
$$563,0147 - 0,1182 = 562,8965.$$

Este es el peso del pie cúbico de aire en Madrid á la temperatura del hielo, y suponiendo la altura del barómetro de 32,75 pulgadas;

pero como el barómetro está mas bajo en Madrid, veámos cual será dicho peso suponiendo la altura del barómetro $= 30{,}5$ pulgadas.

Multiplicaremos pues 5628965 por $\frac{30{,}5}{32{,}75}$, y

hallaremos que el peso del pie cúbico de aire atmosférico en Madrid, en la temperatura del hielo que se liquida, y bajo la presion barométrica de 30,5 pulgadas es

554,7586 granos,

Y la pulgada cúbica pesará

0,321041 granos.

Si se conoce el peso específico de un gas, y le llamamos Q, tendremos su peso absoluto multiplicando por Q el valor hallado del peso absoluto del aire en las circunstancias dichas.

Peso absoluto de varios gazes, en la temperatura del hielo que se liquida, bajo la presion de 32,75 pulgadas, y en la latitud de 45 grados.

	Pie cúbico.	Pulg. cúb.
Aire atmosferico. . .	563,2515.gr.	0,325956.gr.
Gaz oxigeno.	621,5987.	0,359721.
Gaz azoe.	545,5639.	0,315893.
Gaz hidrogeno. . . .	41,2356.	0,023863.
Gaz ácido carbonico	855,9226.	0,495325.
Gaz hidroclorico. .	702,5[illegible]99.	0,405597.
Gaz ammoniaco. . .	336,0865.	0,194495.
Vapor del agua. . .	351,1817.	0.203809.

TABLA

de la dilatacion de los gazes por el calor.

Termom. centigr.	Dilatacion.	Termom. de Reaum.	Dilatacion.
0. . .	0.	0. . .	0. . . . .
1. . .	0,00375.	1. . .	0,0046875.
2. . .	0,00750	2. . .	0,0093750.
3. . .	0,01125.	3. . .	0,0140625.
4. . .	0,01500.	4. . .	0,0187500.
5. . .	0,01875.	5. . .	0,0234375.
6. . .	0,02250.	6. . .	0,0281250.
7. . .	0,02625.	7. . .	0,0328121.
8. . .	0,03000.	8. . .	0,0375000.
9. . .	0,03475.	9. . .	0,0421875.
10. . .	0,03750.	10. . .	0,0468750.

h. Pulgadas.	[illegible] / 3257,
34.	1,038168.
33.	1,007634.
32,75.	1,000000.
32.	0,977099.
31.	0,946565.
30.	0,916031.
29.	0,885496.
28.	0,854962.
27.	0,824427.
26.	0,793893.
25.	0,763358.
24.	0,732824.
23.	0,702290.
22.	0,671756.
21.	0,641221.
20.	0,610687.

Lineas.	
1.	0,002544.
2.	0,005089.
3.	0,007634.
4.	0,010178.
5.	0,012723.
6.	0,015267.
7.	0,017812.
8.	0,020356.
9.	0,022901
10.	0,025445.
11.	0,027990.
12.	0,030534.

DEL PESO DEL VAPOR DEL AGUA.

Mr. Biot (Tratado de física tom. I, pag. 297), calcula un experimento de M. Gay-Lussac, y halla que un centímetro cúbico de agua, tomado en su mayor grado de condensacion, y reducido á vapor en la temperatura de 100 grados centesimales, ocupa un espacio 1696,4 veces mayor, supuesta la presion de la atmósfera de 0,76 metros.

Con el mismo experimento, y suponiendo la dilatacion del azogue $\frac{1}{5550}$, encuentro que el volumen de agua del peso de un grano, tomado en la temperatura del hielo que se liquida, y reducido á vapor en los 100 grados centesimales, ocupa 6,7615 pulgadas cúbicas nuestras.

De consiguiente una pulgada cúbica de agua en la temperatura del hielo, ó 250,7435 granos de agua, que es lo que pesa dicha pulgada cúbica, reducida á vapor ocupará 1695,4 pulgadas cúbicas.

Y en general llamando P el peso en granos de una pulgada cúbica, en cualquier temperatura, se tendrá que el volumen que ocupa reducida á vapor en la temperatura de 100 grados, es

P. 6,7615 pulgadas cúbicas nuestras.

Supuesto que un grano de agua se reduce á 6,7615 pulgadas cúbicas de vapor, el peso

de la pulg cúb. de vapor, será 0,147896 granos.

De consiguiente el pie cúbico de vapor, ó 1728 pulgadas cúbicas, pesará 255,56 granos.

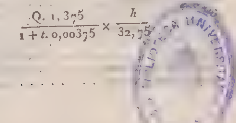
Siendo el peso del pie cúbico de aire en la latitud de París en la temperatura de 100 grados del termómetro centigrado, y bajo la presion de 32,75 pulgadas, 409,8 granos, resulta que el peso del vapor acuoso es al del aire como 255,56 á 409,8, ó 0,6236; ó próximamente como 10 á 16.

Esta razon permanece la misma en todos los casos en que el aire y el vapor estén en una misma temperatura é igual presion; porque el vapor sigue la misma ley que los gazes en su dilatacion.

Aunque el vapor no puede subsistir en el estado aeriforme en cierta temperatura, el cálculo lo supone para tener un punto de donde partir. Si llamamos pues Q el peso del pie cúbico de vapor en la presion dicha y en la temperatura de 100 grados, tendremos que llamándola Q en la temperatura del hielo, será

$$Q = Q + 0{,}375\, Q = 1{,}375\, Q.$$

Y en otra presion h, y otra temperatura t; el peso será



$$\frac{Q.\ 1{,}375}{1 + t.\ 0{,}00375} \times \frac{h}{32{,}75}.$$

. . . . . .

TABLA

de pesos específicos.

FLUIDOS AERIFORMES.

Aire.	1.0009,
Vapor del Yode.	8,6195.
Vapor del eter hidriódico.	5.4749.
Vapor de esencia de terebentina.	5.0130.
Gaz hidriódico.	4.4430.
Gaz fluo-silícico.	3.5735.
Gaz cloro-carbónico.	3,3894.
Vapor de carbure de azufre.	2 6447.
Vapor de eter sulfúrico.	2.5860.
Clore.	2.4700.
Gaz euclorino.	2,3782.
Gaz fluoborico	2.3709.
Vapor del eter hidro clorico.	2.2119.
Gaz sulfuroso.	2.1204.
Gaz cloro-cyanico.	2,111.
Cyanogeno.	1.8064.
Vapor de alcool absoluto.	1.6133.
Protoxide de azoe.	1.5201.
Acido carbónico.	1,5196.
Gaz hidro-clorico.	1.2474.
Gaz hidro-sulfúrico.	1,1912.
Gaz oxígeno	1.1036.
Deutoxide de azoe.	1.0388.
Gaz olefiante.	0.9780.
Gaz azoe.	0.9691.
Gaz oxide de carbono.	0.9569.
Vapor hidro-cyanico.	0.9476.

Hidrógeuo fosforado.	0.870.
Vapor del agua.	0.6235.
Gaz ammoniacal.	0.5967.
Gaz hidrógeno carbonado.	0.555.
Gaz hidrógeno arsenicado.	0.529.
Gaz hidrógeno.	0.0732.

LÍQUIDOS.

Acido sulfúrico.	1.8409.
Acido nitroso.	1.550.
Agua del mar muerto.	1.2403.
Acido nitrico.	1.2175.
Agua del mar.	1.0263.
Leche.	1.03.
Agua destilada.	1.0000.
Vino de Burdeos.	0.9939.
Vino de Borgoña.	0.9915.
Aceite de olivas.	0.9153.
Eter muriático.	0.874.
Aceite esencial de terebentina.	0.8697.
Betun líquido ó *nafta*.	0.8475.
Alcool absoluto.	0.792.
Eter sulfúrico.	0.7155.

SÓLIDOS.

Platina.	la minada.	22.0690.
	pasada por hilera.	21.0417.
	forjada.	20.3366.
	purificada.	19.5000.
Oro	forjado.	19.3617.
	fundido.	19.2581.
Tungstein.		17,6.

Mercurio (a 0.°)	13.598.
Plomo fundido	11.3523.
Paladio	11.3.
Rodio	11.0.
Plata fundida	10.4743.
Bismuto fundido	9.822.
Cobre en hilo	8.8785.
Cobre rojo fundido	8.7880.
Molibdena	8.611.
Arsenico	8.308.
Nickel fundido	8.279.
Urano	8.1
Acero sin batir	7.8163.
Cobalto fundido	7.8119.
Hierro en barra	7.7880.
Estaño fundido	7.2914.
Hierro fundido	7.2070.
Zinc fundido	6.861.
Antimonio fundido	6.712.
Teluro	6.115.
Cromo	5.9.
Yode	4.9480.
Espato pesado	4.4300.
Jergon de Ceylan	4.4161.
Rubí oriental	4.2833.
Safiro oriental	3.9941.
Safiro del Brasil	3.1307.
Topasio oriental	4.0106.
Topasio de Sajonia	3.5640.
Berilo oriental	3.5489.
Diamante (pesado)	3.5310.
Id. ligero	3.5010.
Flint glass	3.3293.
Espato fluor	3.1911.

Turmalina verde.	3.1555.
Asbesto.	2.9958.
Marmol de Paros.	2.8376.
Cuarzo-jaspe onix.	2.8100.
Esmeralda verde.	2.7755.
Perlas	2.7500.
Cal carbonada cristalizada.	2.7182.
Cuarzo jaspe.	2.7101.
Coral	2.680.
Cristal de roca puro	2.6530.
Cuarzo-ágata	2.615.
Feld espato limpido.	2.5644.
Cristal de San-Gobain.	2.4882.
Porcelana de la China.	2.3847.
Cal sulfatada cristalizada.	2.3117.
Porcelana de Sevres.	2.1457.
Azufre nativo.	2.0332.
Marfil.	1.9170.
Alabastro.	1.8740.
Anthracite.	1.8.
Alumbre.	1.720.
Carbon de tierra compacto.	1.3292.
Azabache.	1.259.
Succino.	1.078.
Sodio.	0.9726.
Hielo	0.930.
Potasio.	0.8651.
Madera de haya.	0.852.
Fresno.	0.845.
Tejo.	0.807.
Madera de olmo.	0.800.
Manzano.	0.733.
Naranjo.	0.705.
Pino amarillo.	0.657.

Tilo.	0.604.
Palo de ciprés.	0.598.
Palo de cedro.	0.561.
Alamo blanco de España.	0.529.
Palo de Sassafras.	0.482.
Alamo ordinario.	0.383.
Corcho.	0.240.

TABLA

de la cantidad media de lluvia que cae en varias ciudades.

	Centimetros.	Pulg. de Esp.
Cabo frances (Santo Domingo.	o.	132,65.
La Granada (en las Antillas)	284.	122,31.
Tivoli (Santo Domingo)	273.	117,57.
Carfañana.	249.	107,24.
Calcuta	205.	88,29.
Kendal (Inglaterra).	156.	67,18.
Génova	140.	60,29.
Charlestown.	130.	55,99.
Pisa	124.	53,40.
Napoles	95.	40,91.
Douvres	95.	40,91.
Milan.	94.	40,48.
Leon.	89.	38,33.
Liverpool.	86.	37,04.
Manchester	84.	36,18.
Venecia	81.	34,89.
Lila	76.	32,73.
Utrecht	73.	31,44.
Londres	53.	22,83.
Paris	53.	22,83.
Petersburgo.	46.	19,81.
Upsal.	43.	18,52.

En general la cantidad de lluvia anual es mayor á proporcion que los paises estan mas próximos al ecuador.

La cantidad de lluvia es mayor en el verano que en el invierno.

La lluvia cae mas de dia que de noche.

Rara vez cae granizo por la noche, segun se observa en otros paises; pero en España no es tan raro.

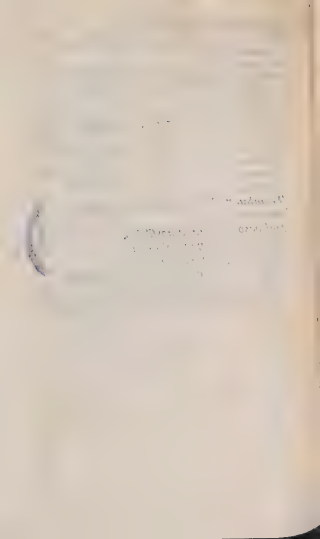
TABLA

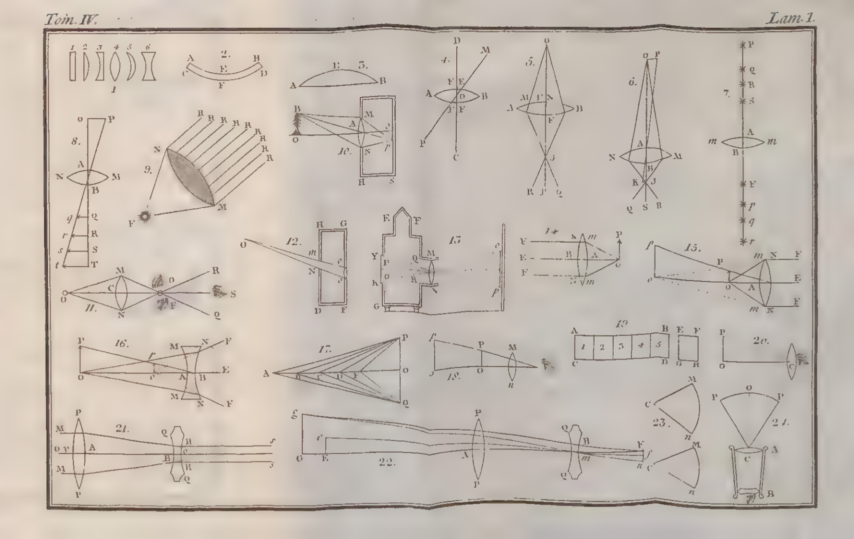
de la fuerza del viento.

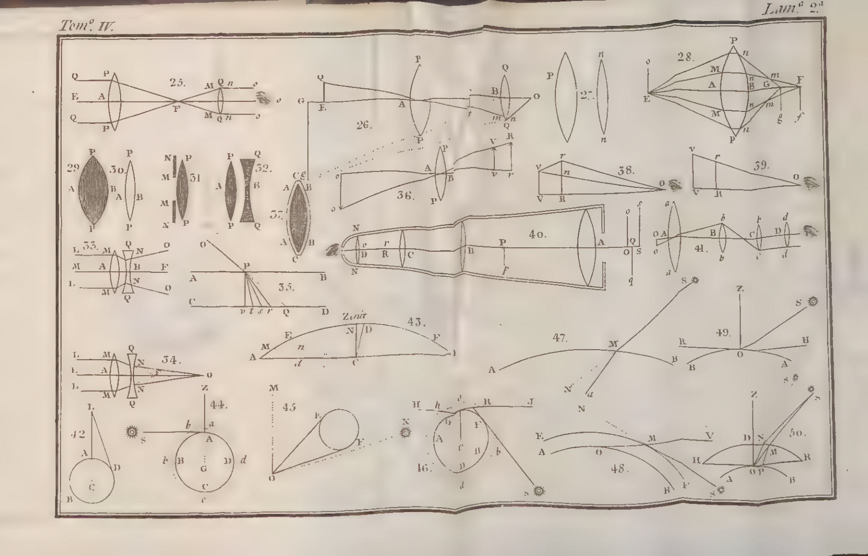
Velocidad del viento.		
Por segundo.	Por hora.	
Pies.	Pies.	
1,75.	6300.	Viento apenas sensible.
3,5.	12600.	Sensible.
7,	25200.	Viento suave.
19,	68400.	Viento fuerte.
36	129600.	Viento muy fuerte.
72	259200.	Viento fuertisimo.
80	288000.	Temporal.
96	345600.	Temporal fuerte.
120	468000.	Uracan.
160	776000.	Uracan que arranca los árboles.

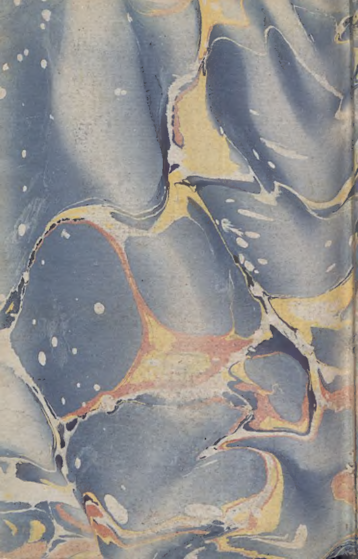
INDICE.

ADICIONES.

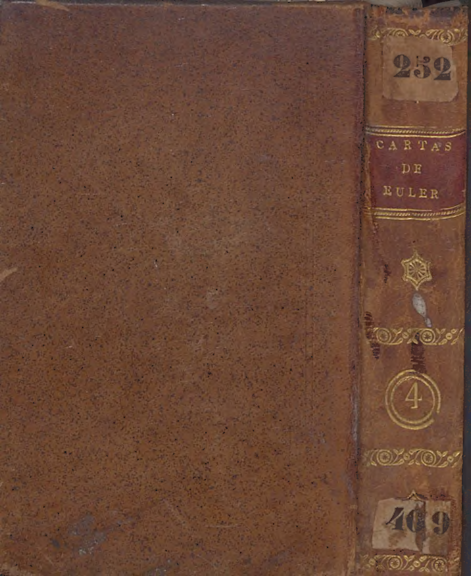



1
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13
14
15.
16.
17.
18.
19
20.
21.
22.
23.
24.


Tom.º IV.
Lam.ª 2.ª
25.
26.
27.
28.
29
30.
31
32.
33.
34.
35.
36.
37.
38.
39.
40.
41.
42
43.
44.
45
46.
47.
48.
49.
50.






252
CARTAS
DE
EULER
4
469

colorchecker CLASSIC

calibrite